

Phương pháp ngược xác định các hệ số khuếch tán ẩm của vật liệu gỗ bằng thuật toán tối ưu Simplex

Determination of moisture diffusion coefficient of wood using the Simplex inversion method

Nguyễn Tuấn Anh*, Nguyễn Tiên Thủy

Nhóm nghiên cứu Khoa học công nghệ ứng dụng cho sự Phát triển bền vững (STASD), Trường Đại học Giao thông vận tải Thành phố Hồ Chí Minh

*Email liên hệ: tuananh.nguyen@ut.edu.vn

Tóm tắt:

Các thông số đặc trưng của sự khuếch tán độ ẩm mang ý nghĩa quan trọng trong việc theo dõi sự thay đổi của độ ẩm trong các kết cấu gỗ. Nghiên cứu này dựa trên bài toán thuận là mô hình mô phỏng sự khuếch tán độ ẩm trong gỗ bằng phương pháp sai phân hữu hạn để phát triển công cụ phân tích ngược nhằm xác định các thông số khuếch tán độ ẩm. Công cụ phân tích ngược sử dụng thuật toán Simplex để tối ưu hóa hàm mục tiêu là độ lệch giữa độ ẩm của mô hình mô phỏng và kết quả thí nghiệm. Kết quả nghiên cứu cho phép xác định giá trị các thông số khuếch tán ẩm, trên cơ sở đó dự đoán sự phân bố độ ẩm cũng như sự thay đổi độ ẩm của các cấu kiện sử dụng vật liệu gỗ.

Từ khóa: Sai phân hữu hạn; Phương pháp ngược; Thuật toán Simplex; Khuếch tán ẩm; Vật liệu gỗ; VBA.

Abstract:

The determination of moisture diffusion coefficient plays a very important role in monitoring the moisture content in wood structures. This research based on the direct simulation model that predicting moisture diffusion in wood using finite difference method to develop an inversion model to determine the moisture diffusion coefficient. The inversion model uses Simplex algorithm to optimize the objective function which is the deviation between the moisture of the direct simulation model and the experimental results. This research allows for the determination of the moisture diffusion coefficient from which the moisture distribution as well as the variation of moisture in wood structures can be predicted.

Keywords: Finite difference method; Inversion method; Simplex algorithm; Moisture diffusion; Wood structures; VBA.

1. Mở đầu

Độ ẩm là một trong những yếu tố tiên quyết ảnh hưởng đến tính chất cơ lý của vật liệu gỗ [1]. Nước ở trong vật liệu gỗ tồn tại dưới ba dạng [2]:

(i) Nước tự do hay còn gọi là nước mao quản, nó lấp đầy các khoảng trống giữa các tế bào, chịu tác động của lực mao dẫn và lực hấp dẫn. Nước tự do di chuyển dễ dàng trong gỗ và biến mất đầu tiên trong quá trình sấy khô hoặc sau khi cây gỗ bị đốn hạ;

(ii) Nước liên kết là nước thường thấm qua các màng tế bào và di chuyển chậm hơn;

(iii) Nước thuộc thành phần hóa học của gỗ, nó chỉ biến mất sau khi vật liệu gỗ bị phá hủy.

Độ ẩm được xác định theo công thức sau:

$$w_t = \frac{m_t - m_0}{m_0} \quad (1)$$

m_t : Khối lượng mẫu thử tại thời gian t (kg);

m_0 : Khối lượng mẫu thử ở trạng thái khô (kg);

w_t : Độ ẩm của mẫu thử tại thời điểm t (kg/kg);

Mỗi loại gỗ có một đặc tính khuếch tán độ ẩm bên trong khác nhau. Sự khuếch tán độ ẩm trong vật liệu gỗ được định nghĩa thông qua định luật Fick, viết dưới dạng tổng quát như sau [3], [4]:

$$\frac{\partial w}{\partial t} = \vec{\nabla} \underline{D}(w) \vec{\nabla}(w) \quad (2)$$

\underline{D} là tăng sơ khuếch tán ẩm theo ba phương.

Gỗ lại là một loại vật liệu không đồng nhất. Các tính chất của gỗ được xét theo ba phương: Phương dọc (L), phương hướng tâm (R), và phương tiếp tuyến (T) vuông góc với hai phương còn lại. Sự khuếch tán ẩm ở trong gỗ được đặc trưng bởi hệ số khuếch tán ẩm theo các phương, trong đó theo phương dọc là lớn nhất [5]. Đối với mỗi phương, hệ số khuếch tán ẩm lại thay đổi phi tuyến theo độ ẩm của gỗ:

$$D = D_0 \exp(kw) \quad (3)$$

D : Hệ số khuếch tán ẩm (m^2/s);

D_0 : Hệ số khuếch tán ẩm ở trạng thái khô (m^2/s);

k : Hệ số phi tuyến.

Định luật Fick một phương diễn giải sự khuếch tán ẩm bên trong vật liệu gỗ như sau:

$$\frac{\partial w}{\partial t} = D_0 \exp(kw) \left[k \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right] \quad (4)$$

Điều kiện biên sử dụng hai giả thiết [6]:

Giả thiết 1: Không tồn tại sức kháng ẩm ở mặt ngoài, tương ứng với giá trị của hệ số dẫn ẩm bề mặt $S = \infty$.

Giả thiết 2: Tồn tại sức kháng ẩm mặt ngoài.

Ở bề mặt tồn tại sức kháng ẩm, hệ số trao đổi ẩm ở bề mặt được định nghĩa thông qua định luật bảo toàn khối lượng [7]:

$$D \frac{\partial w}{\partial x} = \pm S(w_{surf} - w_{eq}) \quad (5)$$

Trong đó:

S : Hệ số trao đổi ẩm ở bề mặt (m/s);

w_{surf} : Độ ẩm tại bề mặt;

w_{eq} : Độ ẩm cân bằng (kg/kg).

Xác định được các thông số khuếch tán ẩm của gỗ có ý nghĩa hết sức quan trọng, nó cho phép

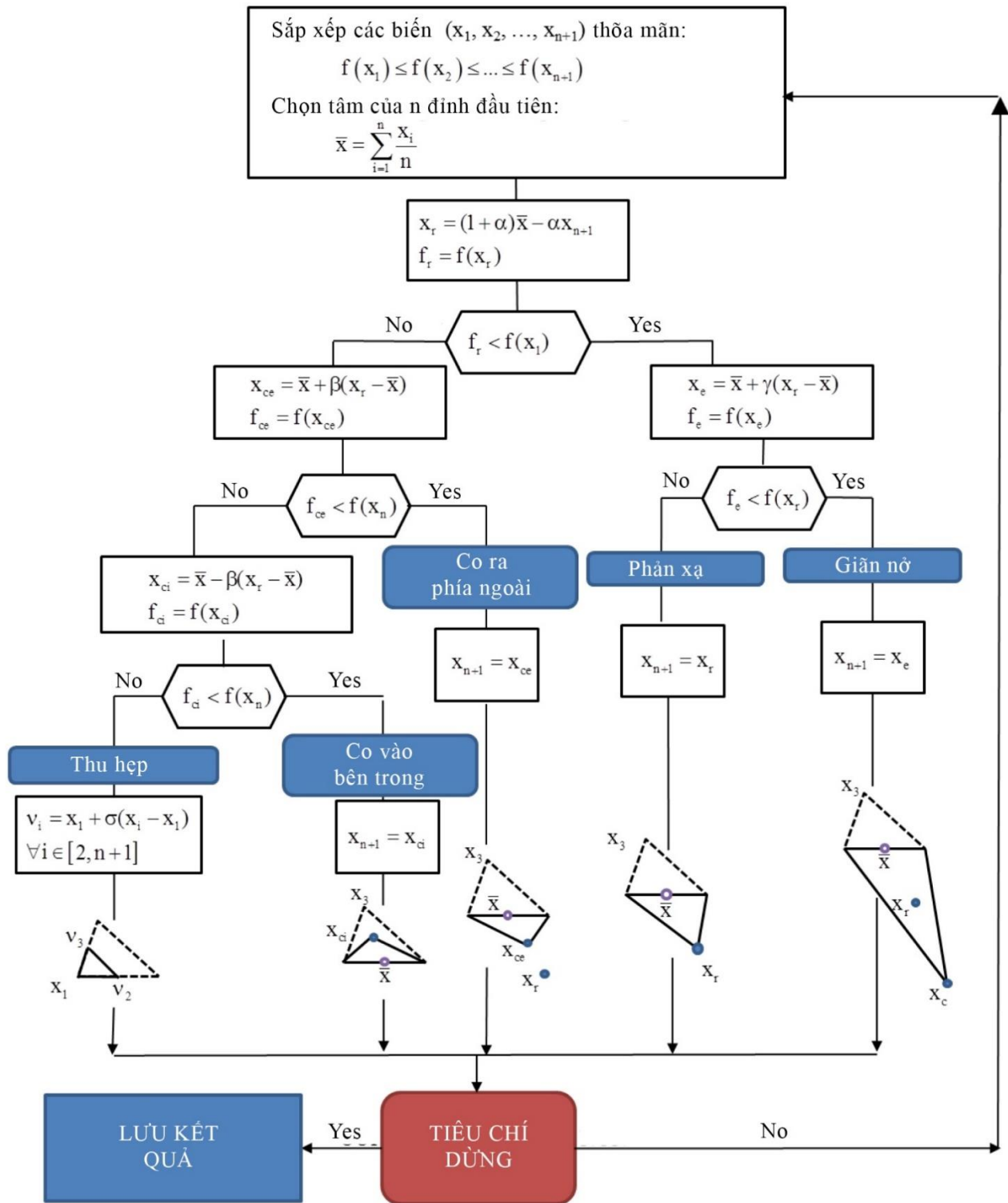
xác định được sự biến đổi độ ẩm bên trong các cấu kiện bằng gỗ. Tuy nhiên, để xác định cùng lúc các đặc tính của sự khuếch tán ẩm theo cả ba phương là một bài toán có nhiều biến số phức tạp. Do đó, bài toán này thường được xét theo từng phương đơn lẻ. T. A. Nguyen [8] đã xây dựng mô hình mô phỏng sự khuếch tán ẩm một phương trong gỗ bằng phương pháp sai phân hữu hạn, lập trình bằng phần mềm VBA trong Excel. Mô hình này cho các kết quả chính xác thông qua sự so sánh với các phương pháp giải tích và phương pháp phần tử hữu hạn.

Thuật toán Simplex

Phương pháp tối ưu hóa Simplex [9] được Nelder và Mead phát triển từ năm 1965 cho phép xác định cực tiểu của một hàm số không cần tính toán đạo hàm. Đối với những bài toán ít biến số, phương pháp này được đánh giá là một phương pháp hiệu quả lại đơn giản trong việc lập trình và thời gian giải tối ưu.

Phương pháp Simplex dựa vào sự biến đổi của hàm tối ưu (thường tính toán bằng phương pháp bình phương trung bình tối thiểu). Nguyên lý của thuật toán Simplex dựa trên sự thiết kế một hình học họa hình có n kích thước tương đương với một đa giác với $n+1$ đỉnh. Mỗi đỉnh tương ứng với một giá trị của hàm tối ưu. Thông qua những phép biến đổi hình học, các đỉnh của đa giác sẽ di chuyển về một giá trị cực tiểu tối ưu nhất. Các vòng lặp của thuật toán Simplex tương ứng với các phép toán đại số đơn giản của các phép biến đổi hình học cơ bản trên các đỉnh của đa giác (hình 1). Mục tiêu của thuật toán là xác định các biến số x_1, x_2, x_3, \dots sao cho thỏa mãn hàm số $f(x)$ đạt giá trị cực tiểu.

Các hệ số tương ứng với các phép biến đổi hình học được ký hiệu $\alpha, \beta, \gamma, \sigma$ (hình 1). Các hệ số này phải thỏa mãn điều kiện: $\alpha > 0; \beta > 1; 0 < \gamma < 1$ và $0 < \sigma < 1$. Thông thường chọn: $\alpha = 1; \beta = 2; \gamma = 0.5$ và $\sigma = 0.5$ [9].



Hình 1. Sơ đồ thuật toán Simplex.

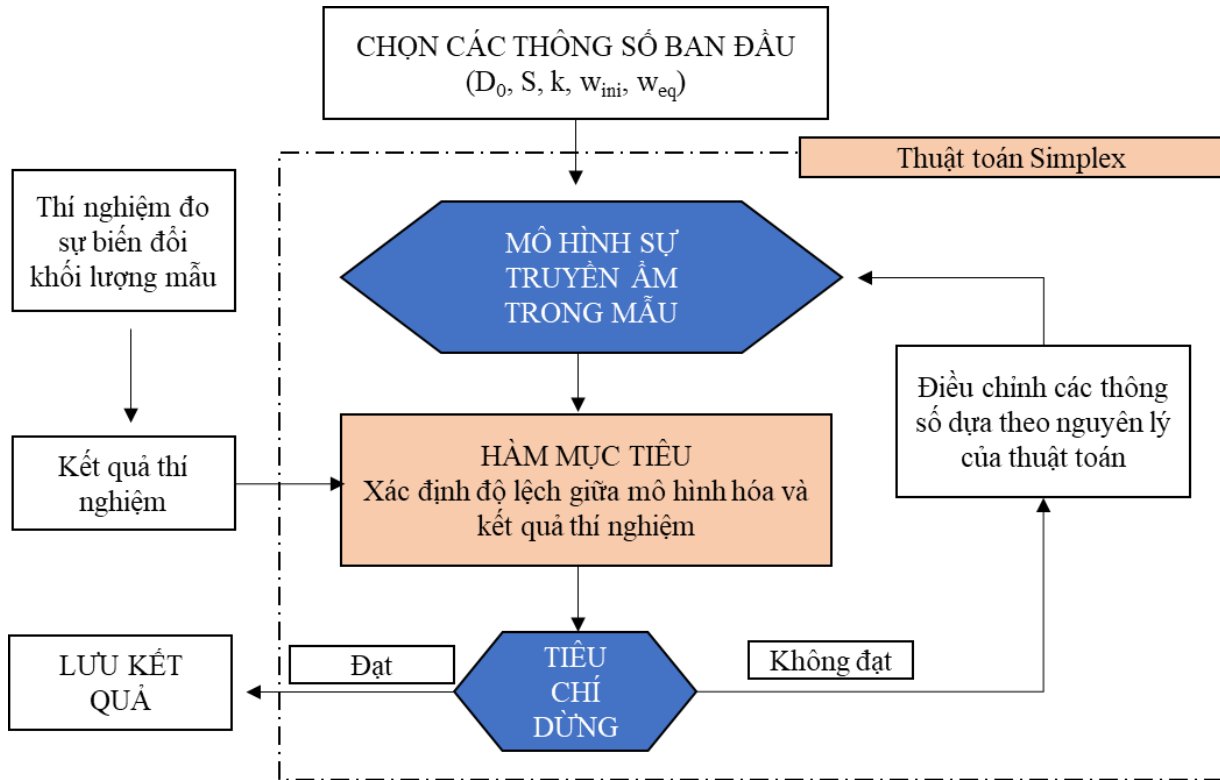
2. Xác định các hệ số khuếch tán âm dựa trên bài toán phân tích ngược

Dựa trên bài toán thuận là mô hình khuếch tán âm [8], tác giả phát triển công cụ phân tích ngược để xác định các thông số đặc trưng cho sự khuếch tán âm của vật liệu gỗ. Các thông số cần xác định bao gồm: Các hệ số khuếch tán âm ở trạng thái khô D_0 , hệ số phi tuyến k , hệ số trao đổi ẩm ở bề

mặt S cũng như có thể dự đoán điều kiện độ ẩm ban đầu (w_{mi}) và độ ẩm cân bằng (w_{eq}) của mẫu thử.

Nguyên lý của phương pháp ngược

Đối với các giá trị các thông số khuếch tán âm cho trước, mô hình [8] cho phép xác định được sự biến đổi độ ẩm mẫu thử theo thời gian.



Hình 2. Nguyên lý của bài toán phân tích ngược.

Sơ đồ các bước xác định các thông số khuếch tán ẩm được giới thiệu theo hình 2. Thuật toán Simplex được sử dụng để tối ưu hóa sai số giữa các kết quả thí nghiệm và mô hình mô phỏng, bài toán được xét đến ở đây là các giá trị độ ẩm của mẫu thử. Từ đó, rút ra được các thông số khuếch tán ẩm thỏa mãn điều kiện tối ưu. Nghĩa là, ứng với các giá trị này, kết quả của mô hình có độ sai khác ít nhất với các kết quả thí nghiệm thực tế.

Bước đầu tiên cần chọn các thông số đầu vào ban đầu. Để đảm bảo rút ngắn thời gian xử lý của thuật toán, thông thường các thông số này được lựa chọn theo kinh nghiệm hoặc dựa vào các giá trị của các nghiên cứu trước đó. Các thông số này được sử dụng để khai báo vào mô hình sai phân hữu hạn, tại thời điểm t xác định, mô hình cho phép xác định khối lượng mẫu, từ đó xác định được độ ẩm của mẫu theo thời gian [8].

Hàm tối ưu được xác định là độ lệch kết quả độ ẩm thí nghiệm (w_{exp}) và độ ẩm tính theo mô hình mô phỏng (w_{num}) theo phương pháp bình phương tối thiểu.

Như vậy, để xác định được các thông số khuếch tán ẩm, cần thực hiện các thí nghiệm để xác định sự biến đổi độ ẩm theo thời gian. Thí nghiệm khuếch tán ẩm được thực hiện từ trạng

thái độ ẩm cân bằng ban đầu đến trạng thái cân bằng trong một pha hấp thụ hoặc giải hấp ở một trạng thái độ ẩm tương đối của môi trường (HR) nhất định. Trong trường hợp này, hàm mục tiêu được tính như sau:

$$F = \frac{1}{N} \sqrt{\sum_{i=1}^N [\bar{w}_{num}(t_i) - \bar{w}_{exp}(t_i)]^2} \quad (6)$$

N : Số thời điểm thực hiện thí nghiệm;

t_i : Các mốc thời gian tính toán;

$\bar{w}_{num}(t_i)$: Độ ẩm trung bình tính toán (kg/kg);

$\bar{w}_{exp}(t_i)$: Độ ẩm trung bình thí nghiệm (kg/kg).

Hàm Simplex $f(x)$ (hình 1) trong trường hợp này là hàm mục tiêu (5). Các biến số x (hình 1) chính là các thông số đặc trưng cho sự khuếch tán ẩm trong gỗ cần xác định. Thuật toán Simplex thay đổi các giá trị thông số trên dựa vào nguyên lý được giới thiệu ở hình 2 đến khi thỏa mãn điều kiện giá trị của hàm mục tiêu đạt đến giá trị cực tiểu, khi đó các giá trị của độ ẩm tính toán ứng với các thông số tìm được tiệm cận với các giá trị của thí nghiệm thực tế.

Độ chính xác của bài toán ngược được thể hiện thông qua tiêu chí dừng. Thông thường các vòng lặp của thuật toán Simplex kết thúc khi giá trị của

hàm mục tiêu đạt đến một giá trị cho phép thỏa mãn nhỏ F_n thường được chọn bằng $1E-6$.

$$F \leq F_n \quad (7)$$

Tuy nhiên, trong thực tế giá trị của hàm mục tiêu phụ thuộc nhiều vào sự chính xác của phép đo. Nếu các giá trị đo có sai số lớn, thuật toán có khả năng sẽ không đảm bảo điều kiện hội tụ. Trong những trường hợp này, T. A. Nguyen [6] đã đề xuất tiêu chí dừng dựa trên sự thay đổi của các thông số giữa hai vòng lặp liên tiếp:

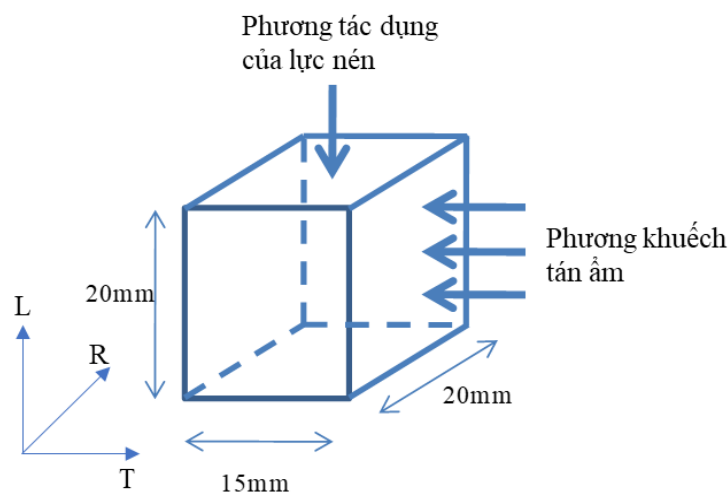
$$\left| \frac{x_{i+1} - x_i}{x_i} \right| \leq F_m \quad (8)$$

x_i : Giá trị của biến số tại vòng lặp thứ i ;

F_m : Giá trị cho phép lớn nhất của sự biến thiên các thông số giữa 2 vòng lặp liên tiếp.

3. Áp dụng phương pháp ngược để xác định các hệ số khuếch tán ẩm dựa trên các thí nghiệm theo nghiên cứu của Merakeb năm 2006

Merakeb [10] đã tiến hành nghiên cứu sự ảnh hưởng của ứng suất nén theo phương dọc đến sự khuếch tán ẩm theo phương ngang. Sáu mẫu thử có kích thước $15 \times 20 \times 20 \text{ mm}^3$ theo các phương LRT (hình 3) được cách ẩm bởi bốn mặt ($20 \times 20 \text{ mm}^2$) để đảm bảo sự khuếch tán ẩm một chiều theo phương ngang.



Hình 3. Mô hình thí nghiệm.

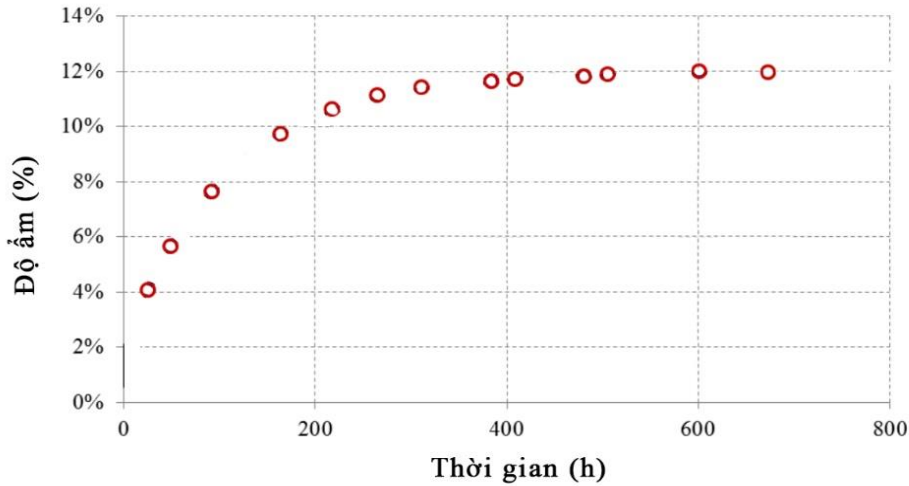
Sáu mẫu thử đầu tiên được sấy khô để đạt đến trạng thái khô ($w = 0 \%$) và sau đó đặt vào môi trường có độ ẩm tương đối $HR = 75\%$ và các mẫu được đặt dưới tác dụng của ba mức độ nén (0MPa, 5MPa, 10MPa). Merakeb đã thực hiện các phép đo sự biến đổi của khối lượng, từ đó, xác định được sự biến thiên của độ ẩm các mẫu thử theo thời gian.

Trong thí nghiệm này, các mẫu ban đầu được sấy đến khi đạt được điều kiện khô hoàn toàn. Do đó thông số độ ẩm ban đầu $w_{ini} = 0$ đã biết. Tuy nhiên, các kết quả thí nghiệm chưa cho phép xác định được trạng thái cân bằng ẩm đã đạt đến. Do

đó, độ ẩm cân bằng w_{eq} được coi là một biến số cần được xác định. Như vậy, để mô phỏng được quá trình khuếch tán ẩm ở trong vật liệu, bài toán này cần xác định bốn thông số sau: D_0 , k , S , w_{eq} .

Do mục tiêu nghiên cứu không xét đến các ảnh hưởng của các mức độ nén đến tính chất khuếch tán ẩm, tác giả lựa chọn trường hợp đại diện là sự biến thiên độ ẩm của các mẫu thử dưới tác dụng của mức độ nén 10MPa để xác định các thông số khuếch tán ẩm.

Kết quả thí nghiệm xác định khối lượng cho phép tính toán được sự biến đổi độ ẩm của mẫu thử theo thời gian (hình 4).



Hình 4. Kết quả thí nghiệm độ ẩm của mẫu 1 theo thời gian.

Để thực hiện bài toán phân tích ngược, đầu tiên cần phải lựa chọn các tổ hợp thông số đầu vào ban đầu. Số lượng của tổ hợp các thông số đầu vào bằng số lượng biến số cần xác định và được lựa chọn một cách ngẫu nhiên. Đối với giả thiết 1, tổ hợp thông số đầu vào là tổ hợp P1, P2, P3 với $S = \infty$. Đối với trường hợp sử dụng giả thiết

2, tổ hợp thông số đầu vào là bốn tổ hợp P1, P2, P3, P4 như bảng 1.

Trong một số trường hợp, có thể sử dụng nhiều tổ hợp các thông số đầu vào khác nhau để kiểm chứng sự hội tụ của bài toán ngược.

Bảng 1. Tổ hợp các thông số đầu vào.

| | Tổ hợp P1 | Tổ hợp P2 | Tổ hợp P3 | Tổ hợp P4 |
|---------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| D_0 (m ² /s) | 1E-12 | 1E-11 | 5E-11 | 5E-12 |
| k | 0 | -2 | 4 | 1 |
| S (m/s) | 1E-7 | 1E-8 | 1E-6 | 5E-7 |
| w_{eq} (%) | 12 | 14 | 11 | 12.5 |

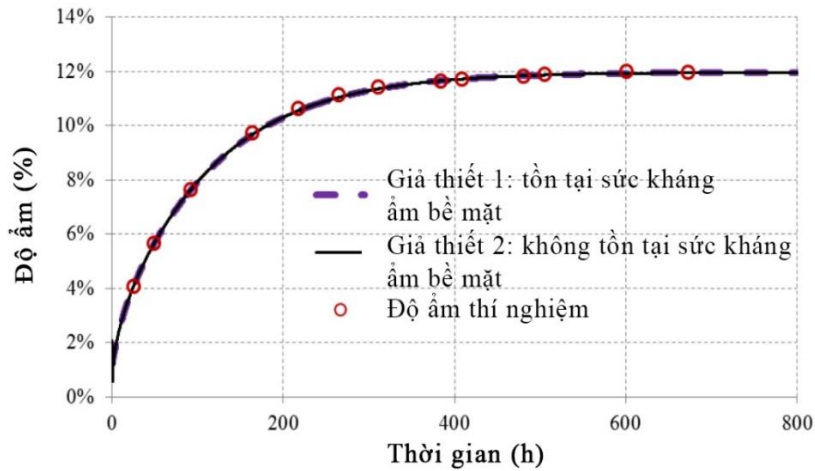
Kết quả của bài toán phân tích ngược áp dụng cho mẫu 1 cho thấy, đối với hai giả thiết được đưa ra, các giá trị thông số D_0 , k , w_{eq} tìm được có giá trị tương đương nhau và giá trị sai số giữa giá trị đo và giá trị mô hình rất thấp (bảng 2) và các đường cong sự biến đổi của độ ẩm theo thời gian với hai giả thiết gần như trùng nhau (hình 5). Do đó, có thể sử dụng giả thiết 1 là giả thiết sức kháng ở bề mặt nhỏ, tương đương với $S = \infty$ cho bài toán

này. Sử dụng giả thiết này, cho phép hạn chế số lượng các biến số, rút gọn được thời gian giải và đảm bảo độ chính xác của bài toán. Như vậy, các biến số cần xác định còn lại là D_0 , k , w_{eq} .

Tiêu chí dừng (6) với $F_n = 1E-6$ thỏa mãn điều kiện hội tụ của bài toán, do đó, tiêu chí (6) được lựa chọn trong bài toán này.

Bảng 2. Kết quả các thông số tìm được của mẫu 1 theo hai giả thiết.

| | D_0 (m ² /s) | k | S (m/s) | w_{eq} (%) | F |
|---|---------------------------|------|-----------|--------------|---------|
| Giả thiết 1: Không tồn tại sức kháng ẩm ở mặt ngoài | 4.93E-11 | 1.38 | ∞ | 0.1197 | 8.5E-5 |
| Giả thiết 2: Tồn tại sức kháng ẩm ở mặt ngoài | 5.18E-11 | 1.02 | 1.29E-6 | 0.1197 | 8.96E-5 |



Hình 5. Sự thay đổi độ ẩm theo thời gian mô phỏng bởi các kết quả phân tích ngược.

Bảng 3. Kết quả các thông số của sáu mẫu thử.

| | D_0 (m ² /s) | k | w_{eq} (kg/kg) | F |
|------------|---------------------------|------|------------------|---------|
| Mẫu 1 | 4.93E-11 | 1.38 | 0.1197 | 8.50E-5 |
| Mẫu 2 | 4.78E-11 | 1.32 | 0.1225 | 1.12E-4 |
| Mẫu 3 | 4.65E-11 | 1.07 | 0.1202 | 1.38E-4 |
| Mẫu 4 | 5.11E-11 | 1.48 | 0.1187 | 9.06E-5 |
| Mẫu 5 | 5.26E-11 | 1.77 | 0.1205 | 1.37E-4 |
| Mẫu 6 | 5.33E-11 | 1.75 | 0.1190 | 1.47E-4 |
| Trung bình | 5.01E-11 | 1.46 | 0.1197 | 1.18E-4 |

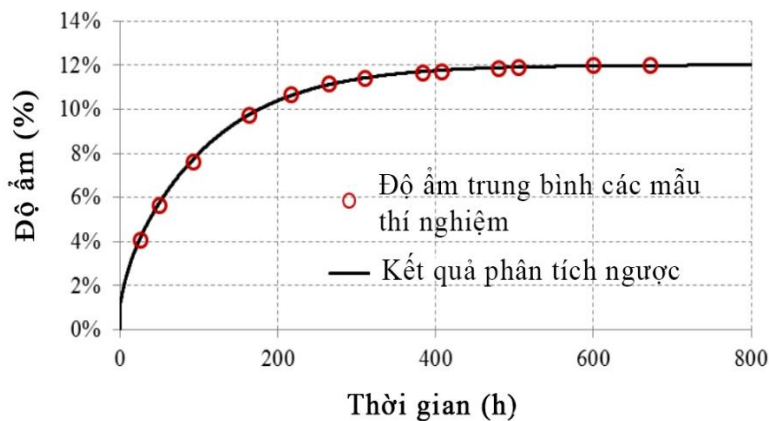
Kết quả phân tích ngược đối với các mẫu thử còn lại áp dụng với giả thiết nêu trên được thể hiện ở bảng 3. Kết quả phân tích cho thấy, đối với các mẫu thử khác nhau cho kết quả các thông số tương đương nhau.

Sử dụng các kết quả trung bình các giá trị độ ẩm đo được của sáu mẫu cho bài toán phân tích ngược với kết quả được giới thiệu ở bảng 4. Kết quả các thông số hoàn toàn tương đương với giá

trị trung bình các thông số tìm được của sáu mẫu trình bày ở bảng 3. Sai số lớn nhất giữa các kết quả tìm được lớn nhất chỉ 2%.

Bảng 4. Kết quả phân tích ngược dựa trên giá trị trung bình của các kết quả đo.

| D_0 (m ² /s) | k | w_{eq} (%) | F |
|---------------------------|------|--------------|---------|
| 5.01E-11 | 1.43 | 0.12 | 8.76E-5 |



Hình 6. Sự thay đổi độ ẩm theo thời gian mô phỏng và thí nghiệm.

Hàm mục tiêu tương ứng với các giá trị thông số tìm thấy của thuật toán trong các trường hợp trên đều có giá trị rất nhỏ (bảng 3) chứng tỏ sai số giữa kết quả mô hình tìm được và kết quả đo thực tế có chênh lệch rất ít (hình 6). Điều này, cho thấy rằng, đối với các thông số tìm được cho phép mô phỏng một cách chính xác sự thay đổi độ ẩm của mẫu theo thời gian. Điều này có ý nghĩa hết sức quan trọng trong việc dự đoán sự thay đổi của độ ẩm vật liệu gỗ theo thời gian.

4. Kết luận

Nghiên cứu đã xây dựng được công cụ phân tích ngược nhằm xác định các thông số khuếch tán ẩm trong vật liệu gỗ. Các thông số này là cơ sở cho việc phân tích sự phân bố độ ẩm trong các cấu kiện sử dụng vật liệu gỗ.

Thuật toán Simplex cũng cho thấy sự hiệu quả trong bài toán tối ưu này do đặc thù của bài toán không thể tính được đạo hàm của hàm mục tiêu.

Tiêu chí dừng của bài toán ngược phải lựa chọn tùy vào sự phân tán của kết quả đo. Do đó, cần các bước thử nghiệm để lựa chọn được tiêu chí dừng phù hợp và xác định được giá trị dừng nhằm đảm bảo kết quả tìm thấy có giá trị hợp lý.

Công cụ này đã cho thấy sự hiệu quả trong trường hợp sử dụng số liệu đo là các giá trị độ ẩm của mẫu thử, hoàn toàn có thể ứng dụng để xác định các thông số khuếch tán ẩm trong thực tế. Kết quả của nghiên cứu này có thể sử dụng làm cơ sở để xác định các đặc trưng khuếch tán độ ẩm trên nhiều loại gỗ khác nhau, từ đó, có thể dự đoán sự phân bố độ ẩm trong các cấu kiện bằng gỗ ở thực tế.

Tài liệu tham khảo

- [1] P. Dietsch, S. Franke, B. Franke, A. Gamper, and S. Winter; “Methods to determine wood moisture content and their applicability in monitoring concepts”. *J. Civ. Struct. Health. Monit.* 2015; 5(2):115–127. DOI: 10.1007/s13349-014-0082-7.
- [2] E. T. Englund, L. G. Thygesen, S. Svensson, and C. A. S. Hill; “A critical discussion of the physics of wood-water interactions”. *Wood Sci. Technol.* 2013; 47(1):141–161. DOI:10.1007/s00226-012-0514-7.
- [3] P. Perré and A. Degiovanni; “Simulation par volumes finis des transferts couplés en milieux poreux anisotropes : séchage du bois à basse et à haute température”. *Int. J. Heat Mass Transf.*, vol. 33, pp. 2463–2478, 1990. DOI: 0.1016/0017-9310(90)90004-E.
- [4] A. Paul, T. Laurila, V. Vuorinen, and S. V. Divinski; “Thermodynamics, Diffusion and the Kirkendall Effect in Solids”. Cham, Switzerland: Springer; 2014.
- [5] S. Franke, A. Müller, B. Franke, and M. Schiere; “Moisture diffusion in wood-Experimental and numerical investigations”; in *Proc. World Conference on Timber Engineering 2016; 22-25 August 2016; Vienna, Austria.* 2016.
- [6] T. A. Nguyen; “Approches expérimentales et numériques pour l’étude des transferts hygroscopiques dans le bois”. PhD dissertation; Civil Engineering, University of Limoges, Limoges, France; 2014.
- [7] J. Y. Liu and W. T. Simpson; “Mathematical Relationship Between Surface Emission and Diffusion Coefficients”. *Drying Technology.* 1996; 14(3–4):677–699. DOI:10.1080/07373939608917120.
- [8] N. T. Anh; “Mô phỏng sự lan truyền độ ẩm trong vật liệu gỗ bằng phương pháp sai phân hữu hạn”. *Tạp chí Khoa học công nghệ Giao thông vận tải.* 2022; 11(2): 90–96. DOI:10.55228/JTST.11(2).90-96.
- [9] J. A. Nelder and R. Mead; “A simplex method for function minimization”. *The Computer Journal.* 1965; 7(4):308-313. DOI:10.1093/comjnl/7.4.308.
- [10] S. Merakeb; “Modelisation des structures en bois en environnement variable”. PhD dissertation; Civil Engineering, University of Limoges, Limoges, France; 2006.