

# Dự báo khả năng thấm nước của bê tông rỗng bằng phương pháp hồi qui kí tự dựa trên lập trình di truyền

## Symbolic regression based on genetic programming to predict the permeability of pervious concrete

Nguyễn Tuấn Bình<sup>1</sup>, Lê Bá Anh<sup>1\*</sup>, Nguyễn Tuấn Anh<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Trường Đại học Giao thông vận tải

<sup>2</sup>Trường Đại học Giao thông vận tải Thành phố Hồ Chí Minh

\*Tác giả liên hệ: baanh.le@utc.edu.vn

Ngày nhận bài: 13/12/2023 ; Ngày chấp nhận đăng: 22/12/2023

### Tóm tắt:

Trong nghiên cứu này, nhóm tác giả trình bày một phương pháp tiếp cận với mục đích xây dựng hàm đơn giản và dễ áp dụng nhằm dự báo độ thấm của bê tông rỗng. Tập dữ liệu được sử dụng trong nghiên cứu có 267 mẫu thí nghiệm về bê tông rỗng, mỗi mẫu bao gồm các yếu tố đầu vào là lượng cát, kích thước cốt liệu, tỉ lệ nước - xi măng, tỉ lệ cốt liệu - xi măng và yếu tố đầu ra là độ thấm. Mô hình Operon, một trong những mô hình hồi qui kí tự có hiệu quả nhất dựa trên lập trình di truyền, đã được áp dụng để xây dựng hàm số nhằm dự báo độ thấm của bê tông rỗng. Hàm số này đạt được độ chính xác cao khi so sánh với một trong những mô hình học máy tốt nhất là PSO-XGB. Độ chính xác của cả hai phương pháp này đều vượt quá 0.9, tuy nhiên, hàm hồi qui kí tự cho thấy ưu điểm là hàm số thể hiện sự tường minh dẫn đến việc áp dụng trở nên đơn giản hơn.

**Từ khóa:** Bê tông rỗng; Độ thấm; Lập trình di truyền; Hồi qui kí tự; Phương pháp học máy.

### Abstract:

In this study, the authors present an approach to construct a simple and easy-to-apply prediction function to predict the permeability of pervious concrete. The data set used in the study includes 267 experimental samples, each sample includes input factors such as sand amount, aggregate size, water-cement ratio, and aggregate-cement ratio, and the output factor is the permeability of concrete. We applied the Operon model, one of the most effective symbolic regression models based on genetic programming, to construct a function to predict the permeability of pervious concrete. This function achieves high accuracy when compared to one of the best black-box models, PSO-XGB. The accuracy of both of these methods exceeds 0.9, but the symbolic regression function clearly shows the advantage that the function is expressed explicitly and the application also becomes simpler.

**Keywords:** Pervious concrete; Permeability; Genetic programming; Symbolic regression; Machine learning.

## 1. Giới thiệu

Bê tông rỗng là loại bê tông đặc biệt có ít hoặc không có cốt liệu nhỏ [1], xuất hiện lỗ rỗng với đường kính trung bình từ 0.15 đến 4 mm. Độ thấm là đặc tính chức năng quan trọng nhất đối với bê tông rỗng và được xác nhận có liên quan chặt chẽ đến cấu trúc lỗ rỗng, yếu tố quyết định tốc độ thấm

trên một đơn vị diện tích. Độ thấm được đặc trưng bởi hệ số thấm có giá trị thường nằm trong khoảng từ 0.1 đến 2 cm/s [2]. Phụ thuộc vào sự liên quan trực tiếp đến hiệu suất thấm của bê tông rỗng, các tham số cấu trúc lỗ rỗng có thể chia thành hai loại: Tham số liên quan đến các lỗ rỗng không liên kết bao gồm tổng độ xốp, đường kính lỗ rỗng, sự phân

bổ và tham số liên quan đến các lỗ rỗng có liên kết bao gồm tỉ lệ các lỗ rỗng có liên kết và độ quanh co của lỗ rỗng. Tổng độ rỗng của bê tông rỗng thường từ 15% đến 25% [3]. Các nghiên cứu đã chỉ ra rằng tổng độ rỗng của loại bê tông này giảm khi tăng tỷ lệ vữa và cốt liệu [4]. Ngoài ra, khi tải trọng áp suất hoặc tải trọng rung tăng lên, khung bê tông thấm nước có xu hướng dày đặc và tổng độ xốp giảm dần [5]. Độ rỗng của các lỗ rỗng được kết nối còn được gọi là độ rỗng hiệu quả, nghĩa là lỗ rỗng có thể truyền không khí và chất lỏng một cách hiệu quả. Cosic và cộng sự đã sử dụng công nghệ chụp cắt lớp tia X để nghiên cứu ảnh hưởng của loại và kích thước cốt liệu đến cấu trúc lỗ rỗng và nhận thấy rằng, độ rỗng hiệu quả là một hàm của kích thước cốt liệu, chiếm khoảng 50% đến 70% tổng độ xốp [6]. Ngoài ra, một nghiên cứu khác xác nhận rằng độ xốp kết nối giảm khi tăng lượng vữa [4]. Tổng kết lại, các thông số ảnh hưởng đến khả năng thấm của bê tông rỗng, bao gồm kích thước cốt liệu và hàm lượng vữa [4]–[6].



**Hình 1.** Mẫu bê tông rỗng.

Trong ba thập kỷ qua, bên cạnh các nghiên cứu xác định độ thấm một cách trực tiếp bằng phương pháp thí nghiệm thấm với cột nước thay đổi và cột nước không đổi, nhiều nghiên cứu đã tập trung đến các mô hình dự đoán độ thấm nước của bê tông rỗng. Điển hình trong đó là việc sử dụng các hàm đơn giản để biểu thị mối quan hệ giữa độ thấm nước và các thông số khác, chủ yếu là độ

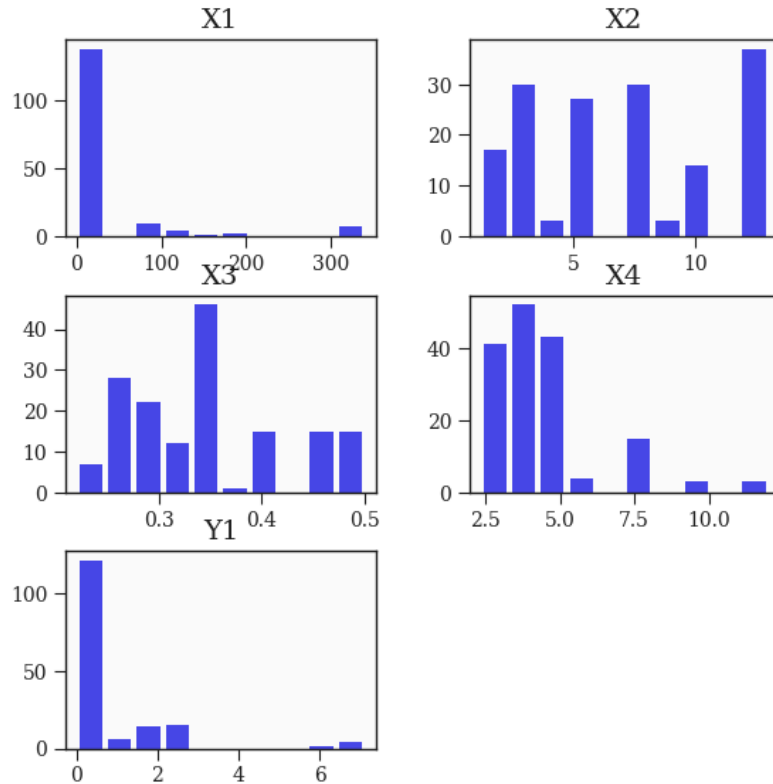
rỗng. Các hàm số này được biểu diễn thông qua nhiều dạng hàm tuyến tính [5], đa thức bậc hai [7], [8], hàm mũ [9], [10], hàm lũy thừa [11], và mối quan hệ Carman–Kozeny [7]. Bên cạnh những phương pháp hồi qui truyền thống, các phương pháp học máy (ML–Machine Learning) cũng có những kết quả đáng hứa hẹn với những mô hình có độ chính xác cao [12]. Tuy nhiên, nhược điểm chung của những mô hình ML là những mô hình dạng “blackbox”, khó thể hiện một cách rõ ràng mối quan hệ giữa độ thấm nước và các thông số khác cũng như khó áp dụng một cách rộng rãi.

Lấy cảm hứng từ mô hình “white box”, mục đích của nghiên cứu này là xây dựng một hàm số để biểu diễn độ thấm của bê tông rỗng thông qua các yếu tố ảnh hưởng đến nó bằng phương pháp hồi qui ký tự (SR–Symbolic Regression). Các nghiên cứu gần đây đã chỉ ra rằng các phương pháp hồi qui ký tự dựa trên lập trình di truyền (GP–Genetic Programming) có độ chính xác cũng như độ đơn giản tốt hơn so với các phương pháp hồi qui ký tự khác như Bayesian [13], [14].

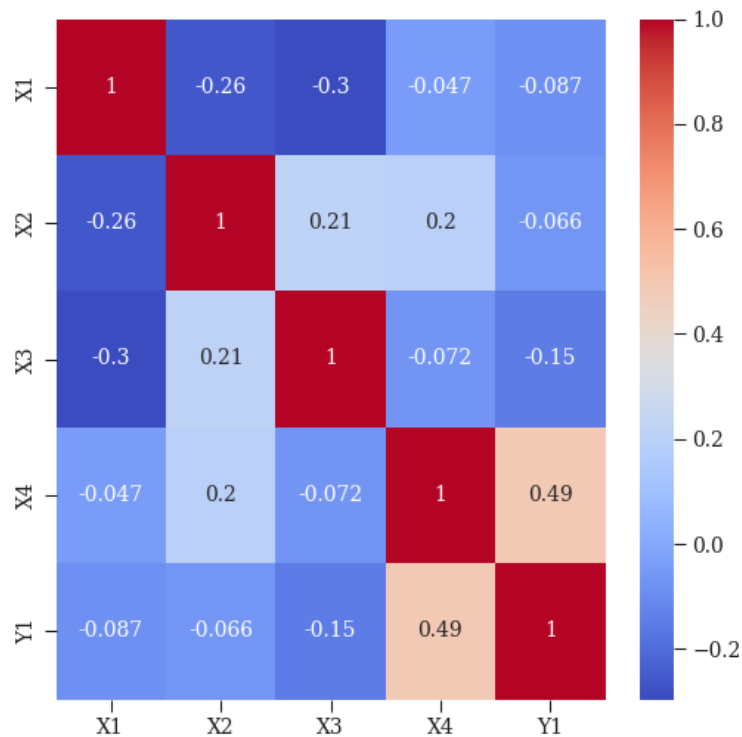
Bài báo gồm các phần: Đầu tiên, xây dựng tập dữ liệu về độ thấm của bê tông rỗng và tiến hành phân tích. Thứ hai, trình bày cơ sở về lập trình di truyền hồi qui ký tự. Thứ ba, trình bày các kết quả thu được và so sánh với các mô hình “blackbox” khác. Các kết quả chính của nghiên cứu được tóm tắt và trình bày ở kết luận.

## 2. Dữ liệu

Bộ dữ liệu được xây dựng bằng cách thu thập các kết quả thí nghiệm về bê tông rỗng đã được công bố trên thế giới [15]–[23]. Tập dữ liệu này bao gồm 267 mẫu thí nghiệm, mỗi mẫu thí nghiệm bao gồm thông tin về các yếu tố quan trọng ảnh hưởng đến tính chất của bê tông rỗng như khối lượng cát từ 0 đến 340 kg/m<sup>3</sup> (X1), kích thước cốt liệu từ 1.18 đến 13 mm (X2), tỉ lệ nước - xi măng trong khoảng 0.22 đến 0.55 (X3), tỉ lệ cốt liệu - xi măng khoảng 2.24 đến 12.0 (X4). Tập dữ liệu cũng bao gồm giá trị độ thấm của bê tông rỗng (Y1) khoảng 0.01 đến 7.1m/s. Các đặc trưng thống kê của tập dữ liệu được liệt kê trong Bảng 1.



**Hình 2.** Thống kê các giá trị trong tập dữ liệu.



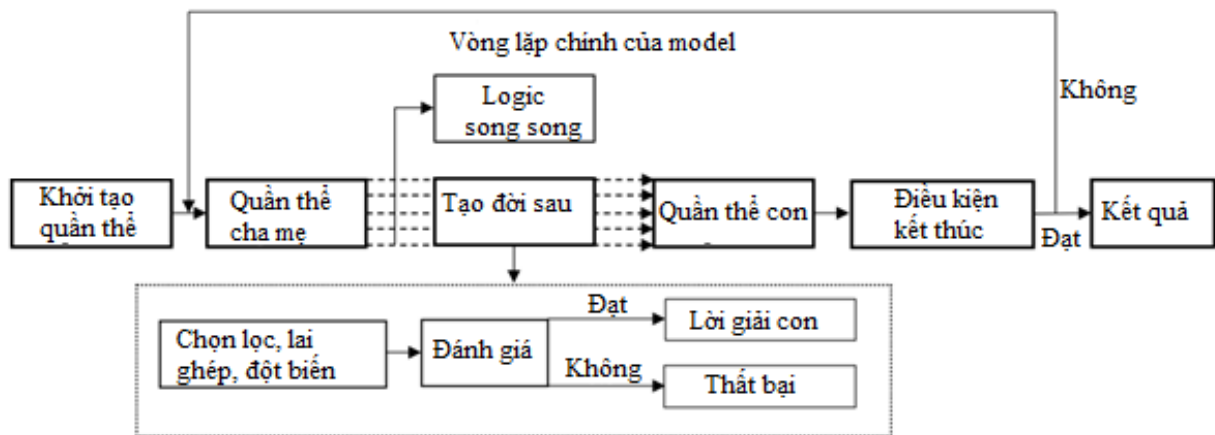
**Hình 3.** Tương quan giữa các thông số trong tập dữ liệu.

Hình 2 thể hiện phân phối của các thành phần trong tập dữ liệu. Hình 3 cho thấy mối tương quan giữa các giá trị khác nhau trong tập dữ liệu thông qua hệ số Pearson. Các hệ số này trong khoảng -1

đến 1. Tập dữ liệu được chia làm hai phần, 70% (tương ứng với 187 mẫu) dùng để huấn luyện, 30% (tương ứng với 80 mẫu) dùng để kiểm chứng mô hình.

**Bảng 1.** Các giá trị thống kê của tập dữ liệu.

Chỉ số	Cát (X1)	Kích thước cốt liệu (X2)	Nước/Xi (X3)	Cốt liệu/Xi (X4)	Độ thấm (Y1)
count	267.0	267.0	267.0	267.0	267.0
mean	20.24	6.014	0.351	4.402	0.784
std	64.72	3.489	0.075	1.647	1.291
min	0.0	1.18	0.21	2.24	0.01
25%	0.0	3.5	0.31	3.5	0.137
50%	0.0	4.75	0.33	4.37	0.258
75%	0.0	7.5	0.36	4.81	0.742
max	340.0	13.0	0.55	12.0	7.1



**Hình 4.** Quá trình tiến hóa của mô hình Operon.

### 3. Lập trình di truyền

GP là một kỹ thuật tự động trong lĩnh vực trí tuệ nhân tạo, mô phỏng quá trình lựa chọn tự nhiên để tìm ra giải pháp tối ưu. Đây là một phương pháp do Koza giới thiệu vào năm 1992 [24], dựa trên các nguyên tắc của tiến hóa sinh học. Các hệ thống GP sử dụng một thuật toán kết hợp lai ghép, đột biến ngẫu nhiên, hàm thích nghi và nhiều thế hệ tiến hóa để giải quyết các vấn đề do người dùng đặt ra. Quá trình của GP bắt đầu từ việc khởi tạo một quần thể ngẫu nhiên. Sau đó, các cá thể trong quần thể được đo lường độ thích nghi thông qua các tiêu chí thích hợp, và những cá thể có độ thích nghi cao nhất được chọn để sinh sản và tạo ra thế hệ mới. Quá trình này lặp lại cho đến khi đạt được điều kiện dừng. Các bước của GP được mô tả như sau:

Bước 1: Thiết lập vấn đề: Định nghĩa các tập dữ liệu huấn luyện, kiểm chứng,... Định nghĩa các hàm số được sử dụng.

Bước 2: Khởi tạo quần thể ban đầu: Khởi tạo ngẫu nhiên quần thể ban đầu từ tập giá trị hàm số cũng như tập dữ liệu.

Bước 3: Vòng lặp:

- Tính toán độ thích nghi của lời giải;
- Lựa chọn lời giải phù hợp nhất;
- Tạo một quần thể mới dựa trên di truyền và lai tạp.

Bước 4: Vòng lặp dừng lại khi một phương trình hợp lý được tìm ra hoặc mô hình đạt đến điều kiện dừng. Hàm số có kết quả tốt nhất được lưu lại.

Trong những năm gần đây, nhiều phương pháp mới đã được đề xuất để tăng tốc lập trình di truyền. Trong số đó, Operon [25] được biết đến là phương pháp đạt được độ chính xác cao nhất cho dữ liệu thực tế như vấn đề đang xét đến. Không giống như những phương pháp GP dạng cây tiêu chuẩn khác, Operon sử dụng tính song song trong quá trình tiến hóa, lai tạo mỗi cá thể mới độc lập trong luồng logic riêng của nó. Đối với mỗi luồng logic, Operon khởi tạo một chu trình di truyền dẫn đến một trong hai kết quả: Thành công nếu đời sau được tạo ra, thất bại nếu đời sau không đạt được như kì vọng. Quá trình làm việc của phương pháp Operon được trình bày trong Hình 4.

Ngoài ra, Operon sử dụng mã hóa tuyến tính, trong đó, mỗi cây được biểu diễn dưới dạng chuỗi hậu tố của các nút. Mỗi nút có các thuộc tính điển hình như độ dài, độ sâu, mức độ hoặc mã hoạt động. Ví dụ, mã hóa tuyến tính cho công thức  $(a + b) \cdot (a + c) \cdot (b + c)$  tương ứng với biểu diễn hậu tố  $((a b +) (a c +) (b c +) \times)$ . Operon cũng giới thiệu một thuật toán tạo cây mới được gọi là trình tạo cây cân bằng (BTC- Balanced Tree Creator), thuật toán này tạo ra độ dài cây từ phân bố xác suất nhất định và tinh chỉnh tần số ký hiệu mong muốn trong quần thể. Cơ chế này đạt được sự đánh giá hiệu quả thông qua việc sử dụng trình thông dịch cây theo đợt, trình thông dịch này được lặp lại qua các nút cây và thực thi các chức năng tương ứng trên các lô dữ liệu có kích thước cố định. Việc đánh giá mức độ phù hợp được thực hiện bằng cách sử dụng bước tìm kiếm cục bộ cho các tham số mô hình tối ưu thông qua bình phương tối thiểu phi tuyến tính.

#### 4. Kết quả và thảo luận

Đối với một hàm số là kết quả của phương pháp hồi qui ký tự, có hai tiêu chí quan trọng nhất để đánh giá độ chính xác và độ phức tạp của hàm số. Một hàm số có độ chính xác cao đôi khi có độ phức tạp quá lớn dẫn đến khó khăn trong việc biểu

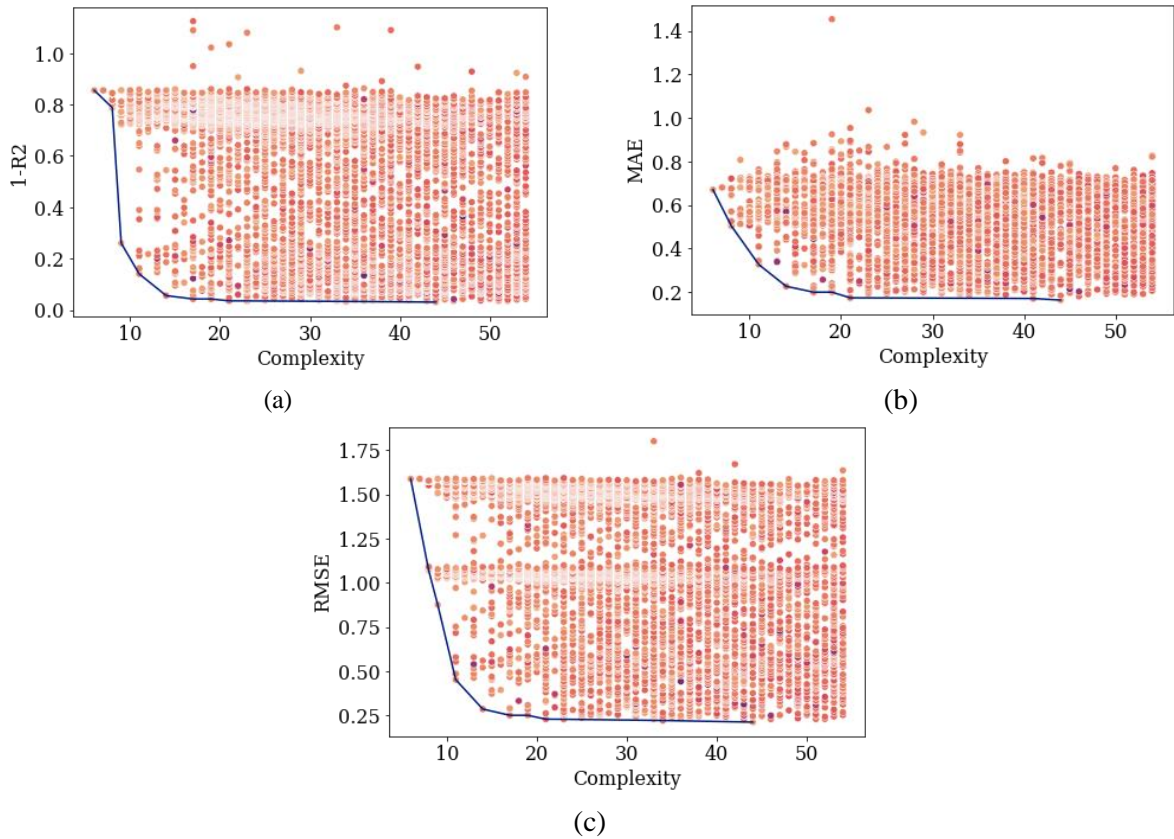
diễn tường minh cũng như áp dụng vào thực tế. Ngược lại, với những hàm số ngắn gọn thường khó đạt hiệu quả cao so với các hàm số khác. Việc lựa chọn một giải pháp tốt nhất cân bằng giữa hiệu quả và độ chính xác của mô hình trong tập kết quả thu được không đơn giản. Để giải quyết vấn đề này, nhóm nghiên cứu đã sử dụng phương pháp như sau: (i) tiến hành một số lượng lớn các lần chạy GP cho mỗi mô hình; (ii) ghi lại tất cả dữ liệu liên quan (các thước đo thống kê cho tập dữ liệu huấn luyện và kiểm tra, phương trình thu được, độ phức tạp, tham số GP, thời gian chạy,...) cho mỗi lần chạy mô hình trong tập dữ liệu; (iii) xây dựng mặt Pareto bao gồm các điểm tối ưu tốt hơn các giải pháp khác về độ chính xác và độ phức tạp; (iv) lựa chọn các phương án tối ưu tốt nhất trực tiếp từ những kết quả ở mặt Pareto.

Theo nghiên cứu đã được công bố [26], có 04 tham số chính ảnh hưởng đến độ chính xác của mô hình: Độ sâu quần thể ban đầu, số lượng lựa chọn, quy mô quần thể và số thế hệ. Trong nghiên cứu này, nhóm tác giả tiến hành khảo sát với các giá trị: Độ sâu quần thể ban đầu: 2, 3, 4, 5, 6; số lượng lựa chọn giải đấu: 5, 10, 15, 20; quy mô quần thể: 1000, 1100, 2000; và số thế hệ: 20, 40, 60, 80, 100, mỗi bộ tham số cho mô hình được tính toán 10 lần, tổng cộng là 10.000 lần tính toán. Trong mỗi lần tính toán, các hàm số được tạo ra một cách ngẫu nhiên, sau đó, hàm số có độ chính xác cao nhất được lưu và đánh giá với tập dữ liệu kiểm chứng. Để đánh giá độ chính xác của mô hình, 03 hệ số đánh giá được sử dụng là R<sup>2</sup>, RMSE và MAE được sử dụng như sau:

$$R_2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_i)^2} \quad (1)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2} \quad (2)$$

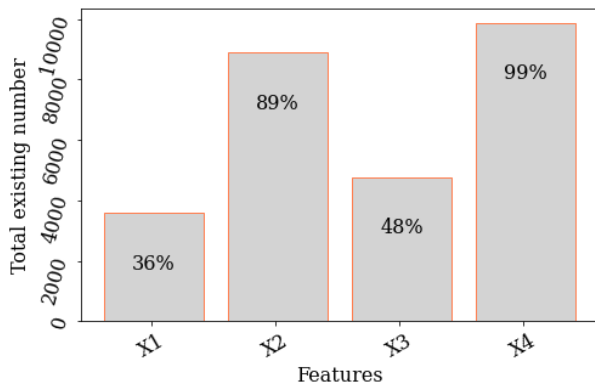
$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |y_i - \hat{y}_i| \quad (3)$$



**Hình 5.** Quan hệ giữa độ phức tạp của phương trình và độ chính xác (a)1-R2,(b) MAE, (c) RMSE.

Mối quan hệ giữa độ chính xác và độ phức tạp của phương trình được thể hiện trong Hình 5. Mặt Pareto, tập hợp của những kết quả tối ưu, được thể hiện bằng đường màu xanh. Hàm số hợp lý nhất tìm thấy dựa trên kết quả phân tích các hàm số thu được như sau:

$$\begin{aligned}
 Y &= 0.362 * X4 - 1.37 - 0.18 \\
 &* \frac{X2 - 0.5 * X4}{(2 * X1 - X3) * (X2 - 0.5)} - 0.095 \quad (4) \\
 &* \frac{X2 - X4}{X4 * (X2 - 0.5 * X4)^2}
 \end{aligned}$$



**Hình 6.** Thống kê các thông số đặc trưng trong tập kết quả đầu ra.

Hình 6 trình bày biểu đồ thống kê số lần xuất hiện của các tham số đầu vào trong tập kết quả các hàm số thu được. Trong tập kết quả, giá trị X4 xuất hiện nhiều nhất, gần như trong tất cả các kết quả với 99%, tiếp theo, đó là X2 với 89%. Điều này phù hợp với các nghiên cứu trước đây, độ thấm của bê tông rỗng phụ thuộc kích thước cốt liệu và tỉ lệ cốt liệu - xi măng.

Bảng 2 trình bày độ chính xác của mô hình thu được thông qua ba tiêu chí khác nhau là R2, RMSE và MAE. Các chỉ số này còn được so sánh với mô hình PSO-XGB [27]. Mô hình PSO-XGB là sự kết hợp giữa mô hình XGB được tối ưu các tham số bằng phương pháp tối ưu bầy đàn (PSO).

**Bảng 2.** So sánh sự làm việc của mô hình SR và PSO - XGB.

Model	Data	R2	RMSE	MAE
SR	Train	0.908	0.1216	0.249
	Test	0.92	0.235	0.304
PSO-XGB	Train	0.97	0.027	0.044
	Test	0.92	0.198	0.193

Kết quả so sánh trong Bảng 2 cho thấy rằng hàm số tìm được có độ chính xác khá cao,  $R2 = 0.92$ ,  $RMSE = 0.235$ ,  $MAE = 0.304$ , gần sát với kết quả của mô hình PSO - XGB. Đáng chú ý, mô hình PSO - XGB là một trong những mô hình học máy tốt nhất đối với dữ liệu dạng bảng như bài toán đang xét đến.

## 5. Kết luận

Trong bài báo này, nhóm nghiên cứu đã tiến hành xây dựng hàm dự báo độ thấm của bê tông rỗng từ các thông số đầu vào là cát, xi măng, nước, kích thước hạt. Tập dữ liệu bao gồm 267 mẫu thí nghiệm khác nhau được thu thập từ các nghiên cứu đã công bố. Với 10.000 lần tính toán sử dụng mô hình hồi qui kí tự dựa trên lập trình di truyền, nhóm nghiên cứu đã đưa ra một kết quả tối ưu về độ chính xác cũng như độ phức tạp của. Với độ chính xác cao  $R2 = 0.92$ , chênh lệch tương đối nhỏ về độ chính xác so với mô hình PSO - XGB, mô hình hồi qui kí tự thể hiện rõ ưu điểm khi có độ chính xác cao và có thể biểu diễn một cách tường minh. Điều này giúp cho mô hình có thể được hiểu rõ hơn, áp dụng một cách đơn giản.

## Lời cảm ơn

Nghiên cứu này được tài trợ bởi Trường Đại học Giao thông vận tải thông qua đề tài mã số T2023-CT-005.

## Tài liệu tham khảo

- [1] C. L. Hwang, C. T. Chen, H. L. Huang, S. S. Peng, L. A. T. Bui, Y. Y. Yan, "The design and case study of pervious concrete materials," *Adv. Mater. Res.*, vol. 287-290, pp. 781-784, Jul. 2011, doi: 10.4028/www.scientific.net/amr.287-290.781.
- [2] S. Dash and B. Kar, "Environment friendly pervious concrete for sustainable construction," in *IOP Conf. Ser. Mater. Sci. Eng.*, vol. 410, 2018, Paper 012005, doi: 10.1088/1757-899x/410/1/012005.
- [3] H. M. Imran, S. Akib, and M.R. Karim, "Permeable pavement and stormwater management systems: A review," *Environ. Technol.*, vol. 34, no. 18, pp. 2649-2656, Apr. 2013, doi: 10.1080/09593330.2013.782573.
- [4] G. F. B. Sandoval, I. Galobardes, "Pervious concrete made with electric furnace slag (FEA): Mechanical and hydraulic properties," *Rev. IBRACON Estrut. Mater.*, vol. 12 no. 3, pp. 590-607, May/Jun. 2019, doi: 10.1590/s1983-41952019000300009.
- [5] W. -T. Kuo, , Y. -S. Gao, and C. -U. Juang, "Influence of BOF and GGBFS based alkali activated materials on the properties of porous concrete," *Mater.*, 12, no. 14, Jul. 2019, Art. no. 2214, doi: 10.3390/ma12142214.
- [6] K. Ćosić, L. Korat, V. Ducman, I. Netinger, "Influence of aggregate type and size on properties of pervious concrete," *Constr. Build. Mater.*, vol. 78, pp. 69-76, Mar. 2015, doi: 10.1016/j.conbuildmat.2014.12.073.
- [7] X. Z. Cui et al., "Experimental study on the relationship between permeability and strength of pervious concrete," *J. Mater. Civ. Eng.*, vol. 29 no. 11, Nov. 2017, Art. no. 04017217, doi: 10.1061/(Asce)Mt.1943-5533.0002058.
- [8] R. Liu et al., "Investigation of the porosity distribution, permeability, and mechanical performance of pervious concretes," *Process.*, vol. 6, no. 7, Jun. 2018, Art. no. 78, doi: 10.3390/pr6070078.
- [9] P. Chindapasirt, P. Nuaklong, Y. Zaetang, P. Sujumnongtokul, and V. Sata, "Mechanical and thermal properties of recycling lightweight pervious concrete," *Arab. J. Sci. Eng.*, vol. 40, pp. 443-450, (2015), doi: 10.1007/s13369-014-1563-z
- [10] V. Sata, A. Wongsas, and P. Chindapasirt, "Properties of pervious geopolymer concrete using recycled aggregates," *Constr. Build. Mater.*, vol. 42, pp. 33-39, May 2013, doi: 10.1016/j.conbuildmat.2012.12.046.
- [11] A. K. Chandrappa, K. P. Biligiri, "Comprehensive investigation of permeability characteristics of pervious concrete: a hydrodynamic approach," *Constr. Build. Mater.*, 123 (2016), pp. 627-637, doi: 10.1016/j.conbuildmat.2016.07.035
- [12] J. Huang, T. Duan, Y. Zhang, J. Liu, J. Zhang, and Y. Lei, "Predicting the permeability of pervious concrete based on the beetle antennae search algorithm and random forest model," *Adv. Civ. Eng.*, vol. 2020, 2020, Art. no. 8863181, doi: 10.1155/2020/8863181.

- [13] W. L. Cava et al., “Contemporary symbolic regression methods and their relative performance,” in *Proc. 35th Conf. Neur. IPS 2021*, 2021, doi: 10.48550/arXiv.2107.14351.
- [14] Y. Wang, N. Wagner, , J. M. Rondinelli, “Symbolic regression in materials science,” *MRS Commun.*, vol. 9, pp. 793–805, 2019, doi: 10.1557/mrc.2019.85.
- [15] A. R. Lori, A. Bayat and A. Azimi, “Influence of the replacement of fine copper slag aggregate on physical properties and abrasion resistance of pervious concrete,” *Road Mater. Pav. Des.*, vol. 22, no. 4, pp. 835-851, 2021, doi:10.1080/14680629.2019.1648311.
- [16] N. Saboo, S. Shivhare, K. K. Kori, and A. K. Chandrappa, “Effect of fly ash and metakaolin on pervious concrete properties,” *Constr. Build. Mater.*, vol. 223, pp. 322–328, Oct. 2019, doi:10.1016/j.conbuildmat.2019.06.185.
- [17] H. Wang, H. Li, X. Liang, H. Zhou, N. Xie, Z. Dai, “Investigation on the mechanical properties and environmental impacts of pervious concrete containing fly ash based on the cement-aggregate ratio,” *Constr. Build. Mater.*, vol. 202, pp. 387–395, Mar. 2019, doi: 10.1016/j.conbuildmat.2019.01.044.
- [18] H. Zhou, H. Li, A. Abdelhady, X. Liang, H. Wang, B. Yang, “Experimental investigation on the effect of pore characteristics on clogging risk of pervious concrete based on CT scanning,” *Constr. Build. Mater.*, vol. 212, pp. 130–139, Jul. 2019, doi: 10.1016/j.conbuildmat.2019.03.310.
- [19] W. Yeih, J. J. Chang, “The influences of cement type and curing condition on properties of pervious concrete made with electric arc furnace slag as aggregates,” *Constr. Build. Mater.*, vol. 197, pp. 813–820, Feb. 2019, doi: 10.1016/j.conbuildmat.2018.08.178.
- [20] K. S. Elango, V. Revathi, “Fal-G Binder Pervious Concrete,” *Constr. Build. Mater.*, vol. 140, pp. 91–99, Jun. 2017, doi: 10.1016/j.conbuildmat.2017.02.086.
- [21] R. Zhong, K. Wille, “Compression response of normal and high strength pervious concrete,” *Constr. Build. Mater.*, vol. 109, pp. 177–187, Apr. 2016, doi: 10.1016/j.conbuildmat.2016.01.051.
- [22] A. Ibrahim, E. Mahmoud, M. Yamin, V. C. Patibandla, “Experimental study on Portland cement pervious concrete mechanical and hydrological properties,” *Constr. Build. Mater.*, vol. 50, pp. 524– 529, Jan. 2014, doi: 10.1016/j.conbuildmat.2013.09.022.
- [23] S. Asadi, M. M. Hassan, J. T. Keavern, and T.D. Rupnow, “Development of photocatalytic pervious concrete pavement for air and storm water improvements,” *Transp. Res. Rec. J. Transp. Res. Board*, vol. 2290, no. 1, pp. 161–167, Jan. 2012, doi: 10.3141/2290-21.
- [24] J. R. Koza, *Genetic programming: on the programming of computers by means of natural selection*, Denver, CO, USA: Bradford Books, 1992.
- [25] B. Burlacu, G. Kronberger, M. Kommenda, “Operon C++: an efficient genetic programming framework for symbolic regression,” in *Proc. 2020 Gen. Evol. Comput. Conf. Compan.*, Jul. 2020, pp. 1562–1570, 10.1145/3377929.3398099.
- [26] B. A. Le, B. V. Tran, T. S. Vu, V. H. Vu , and V. H. Nguyen, “Predicting the compressive strength of pervious cement concrete based on fast genetic programming method,” *Arab. J. Sci. Eng.*, Nov. 2023, doi: 10.1007/s13369-023-08396-2.
- [27] B. A. Le et al., “Predicting the compressive strength and the effective porosity of pervious concrete using machine learning methods,” *KSCE J. Civ. Eng.*, vol. 26, pp. 4664–4679, Sep. 2022, doi: 10.1007/s12205-022-1918-z.