

Đánh giá đặc tính cơ học chịu nén của cấu kiện bê tông siêu tính năng (UHPC) bị kiềm chế bởi tấm sợi composite (FRP) sử dụng mô hình hồi quy ký tự

Machine learning-based prediction of compressive performance in circular ultra-high-performance concrete columns confined with FRP

Lê Bá Anh*, Hoàng Việt Hải

Trường Đại học Giao thông vận tải

*Tác giả liên hệ: baanh.le@utc.edu.vn

Ngày nhận bài: 3/3/2024; Ngày chấp nhận đăng: 15/3/2024

Tóm tắt:

Bài báo này trình bày nghiên cứu về xây dựng công thức xác định đặc tính cơ học chịu nén của cốt bê tông siêu tính năng (UHPC) bị kiềm chế bởi tấm sợi composite (FRP). Cơ sở dữ liệu thí nghiệm bao gồm 110 mẫu được thu thập từ các nghiên cứu thực nghiệm trên thế giới. Dựa trên phương pháp hồi quy ký tự QLattice, được lấy cảm hứng từ lý thuyết lượng tử, nghiên cứu này đã xây dựng được phương trình có độ chính xác là $R^2 = 0.83$ và $MAE = 18.12$ MPa. Khi so sánh với các công thức đã được công bố trên thế giới, kết quả đã thể hiện sự vượt trội với độ chính xác tốt nhất.

Từ khóa: Hồi quy ký tự; Học máy; Cột UHPC- FRP.

Abstract:

This article presents research on developing a formula to determine the compressive mechanical properties of ultra-high-performance concrete (UHPC) restrained by fiber composite panels (FRP). The experimental database included 110 samples collected from experimental studies worldwide. Based on the QLattice character regression method, inspired by quantum theory, this study has built an equation with an accuracy of $R^2 = 0.83$ and $MAE = 18.12$ MPa. When compared with the existing formulas, this result demonstrated superiority, with the best accuracy.

Keywords: Symbolic regression; Machine learning; UHPC-FRP column.

1. Giới thiệu

Bê tông siêu tính năng (UHPC) là một vật liệu gốc xi măng mới, có cường độ chịu nén, kéo lớn và độ bền cao khi so sánh với bê tông (BT) thông thường, do đó, sử dụng vật liệu này giúp cho việc giảm trọng lượng kết cấu, cải thiện an toàn và độ bền cho kết cấu. Vật liệu này có thể được sử dụng trong công trình cầu, công trình xây dựng dân dụng, nhà máy công nghiệp chịu các điều kiện ăn mòn,... Tương tự như bê tông, UHPC có tính giòn dưới tác động nén, dẫn đến việc phá hoại đột ngột

của vật liệu, đây là điều không mong muốn trong việc sử dụng kết cấu. Để cải thiện tính giòn của UHPC, nhiều nghiên cứu đã bổ sung các loại cốt sợi khác nhau vào hỗn hợp UHPC. Liao và cộng sự [1] phát hiện rằng tăng hàm lượng sợi thép từ 1% lên 2% có thể làm tăng khả năng chống cắt đến 24%. Yu và cộng sự [2] đã kết hợp sợi polyethylene (PE) vào UHPC, và kết quả cho thấy việc sử dụng sợi PE có thể mang lại lợi ích cho khả năng chống va chạm của các tấm UHPC. Xu và cộng sự [3] nghiên cứu về hiệu ứng tăng cường

của sợi hỗn hợp thép - polypropylene trên UHPC. Kết quả cho thấy, có thể cải thiện cường độ và tính dẻo của UHPC tốt hơn. Các nghiên cứu hiện có đã chỉ ra rằng việc thêm một lượng nhất định sợi có thể cải thiện tính giòn của UHPC một cách hiệu quả, tuy nhiên, nếu tăng quá nhiều sợi vào hỗn hợp sẽ ảnh hưởng rất lớn đến tính công tác của hỗn hợp, dẫn đến việc thi công khó đảm bảo chất lượng. Một hướng đi mới là sử dụng các vật liệu có tính dẻo hơn để kiểm chế vật liệu UHPC, góp phần tăng cường tính dẻo cho vật liệu sau khi kiểm chế. Việc kiểm chế áp dụng trên chu vi của cột UHPC, để lõi UHPC nằm trong trạng thái nén ba chiều, không chỉ có thể cải thiện khả năng chịu tải của cột UHPC còn cải thiện đáng kể tính dẻo của nó. Hiện nay, những vật liệu sử dụng để kiểm chế phổ biến nhất là thép và tấm sợi composite cường độ cao (FRP) [3]-[8]. FRP có trọng lượng nhẹ và độ bền cao, hệ số co giãn nhiệt tương tự như bê tông. Vật liệu này được sử dụng rộng rãi trong sửa chữa và gia cố [9], [10], công trình cầu [11], [12]. Cột UHPC-FRP cũng được sử dụng trong các dự án xây dựng mới, đặc biệt là nhà cao tầng, cầu và các công trình khác chịu tải trọng trực lớn hoặc lực động đất. Khả năng chịu lực và khả năng dẻo cao do bọc FRP có thể dẫn đến thiết kế cột hiệu quả và tiết kiệm chi phí hơn. Bên cạnh đó, cột UHPC-FRP phù hợp cho các công trình ven biển và đường bờ biển do khả năng chống ăn mòn và phá hủy môi trường tốt. Áo FRP bảo vệ bê tông khỏi môi trường biển khắc nghiệt, tăng cường độ bền và tuổi thọ sử dụng của công trình. Việc kiểm chế UHPC bằng vật liệu FRP có thể phát huy hết ưu điểm của từng loại vật liệu UHPC và FRP, cải thiện cường độ và khả năng biến dạng của lõi UHPC. Các nghiên cứu thực nghiệm trên thế giới đã chứng minh được khả năng kiểm chế của FRP đối với vật liệu lõi UHPC. Tuy nhiên, chưa có nhiều nghiên cứu đề xuất công thức xác định đặc tính cơ học chịu nén của bê tông UHPC được kiểm chế bởi tấm sợi FRP, cũng như so sánh khả năng dự báo của các công thức. Gần đây, việc sử dụng mô hình máy học (ML) trong lĩnh vực kỹ thuật xây dựng đã đạt được những thành tựu đáng kể [13]. Đặc biệt, việc phát triển các mô hình thông minh để dự đoán những thuộc tính cơ học và khả

năng làm việc của vật liệu xây dựng cơ bản như UHPC và BT đã có những đóng góp nhất định trong lĩnh vực vật liệu xây dựng. Những mô hình ML có khả năng cung cấp dự đoán chính xác các thuộc tính mong muốn tốt hơn so với các phương pháp phân tích truyền thống [14]. Trong bối cảnh này, việc sử dụng mô hình ML để hiểu rõ hơn về ứng xử kết cấu composite UHPC-FRP, đặc biệt để dự đoán đặc tính cơ học của kết cấu liên hợp là vô cùng quan trọng. Mô hình dự đoán ML mang lại những lợi ích đáng kể hơn so với các phương pháp phân tích truyền thống trong việc dự đoán hiệu suất của kết cấu composite UHPC-FRP nhờ khả năng xử lý hiệu quả các bộ dữ liệu. Do các phương pháp phân tích truyền thống thường mất thời gian và hạn chế về mô hình hóa. Ngược lại, mô hình ML có tiềm năng cung cấp kết quả nhanh chóng và chính xác hơn. Vì vậy, việc sử dụng mô hình ML giúp giảm thời gian trong việc phân tích, đánh giá của các UHPC-FRP, có thể hỗ trợ thiết kế trong việc tạo ra những giải pháp kết cấu đáng tin cậy và kinh tế. Hồi quy ký tự là một nhánh của các mô hình học máy với mục tiêu xác định các hàm số biểu diễn mối quan hệ giữa các yếu tố đầu vào và đầu ra. Trong những năm gần đây, lập trình di truyền (Genetic programming - GP) [15] và các mô hình được lấy cảm hứng từ GP có độ chính xác và độ đơn giản tốt. Thế nhưng, với các đặc tính của di truyền như lai tạp, đột biến, các kết quả của GP có độ ngẫu nhiên khá cao dẫn đến số lượng tính toán cần thiết phải đủ lớn để có thể tìm được kết quả tốt nhất [16]. Vì vậy, nghiên cứu này sử dụng mô hình Qlattice [17], là mô hình học máy được lấy cảm hứng từ lý thuyết lượng tử, để vượt qua những hạn chế do mô hình GP mang lại. Nghiên cứu cũng tập trung vào dự đoán đặc tính cơ học chịu nén của kết cấu UHPC-FRP. Sau đó, phương trình thu được sẽ sử dụng để so sánh với các mô hình khác đã được công bố.

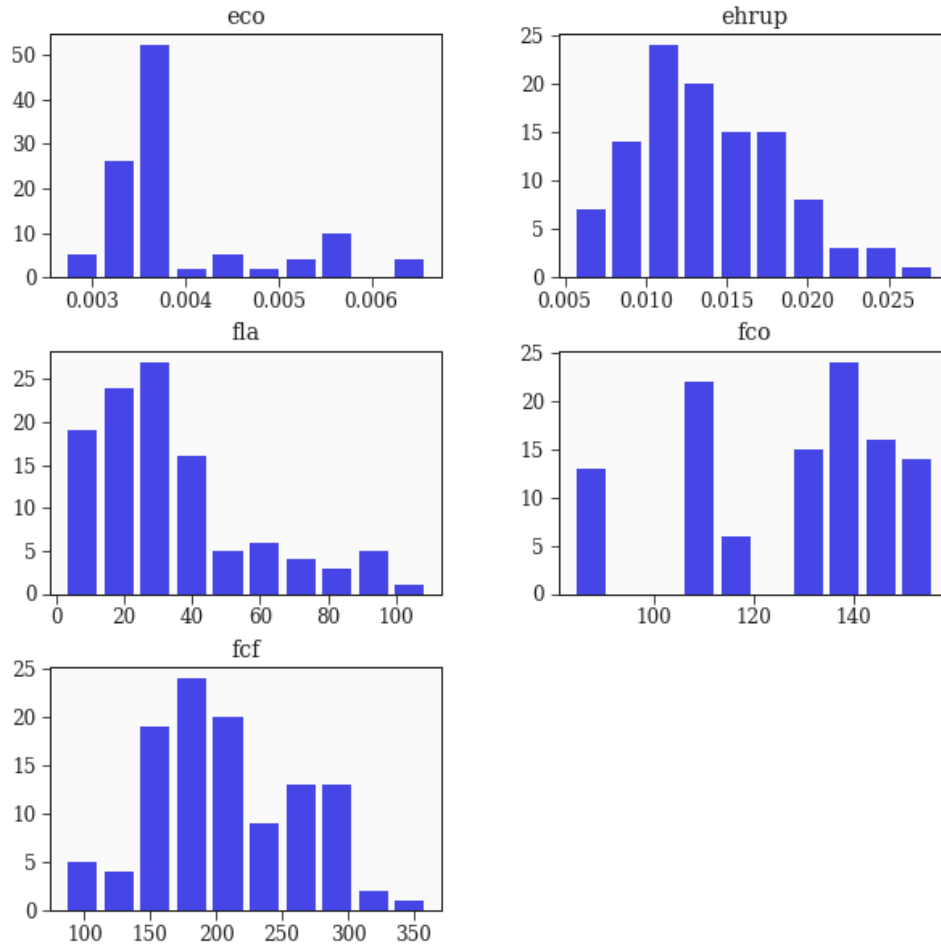
2. Phương pháp dự báo

2.1. Dữ liệu thu thập

Cơ sở dữ liệu dựa vào 110 mẫu vật liệu thử nghiệm thu được từ các nghiên cứu đã được công bố [18], [19]. Việc thu thập các tham số phù hợp

là rất quan trọng để nghiên cứu về ứng xử cơ học chịu nén của các cột UHPC tròn được kiểm chế bằng vật liệu FRP. Theo đề xuất của Liao và cộng sự [20], có 05 tham số chính ảnh hưởng đến cường độ chịu nén của loại kết cấu này lần lượt là cường độ chịu nén của bê tông không bị kìm nén (f_{co}) và biến dạng tương ứng (ε_{co}), biến dạng của tấm FRP ($\varepsilon_{h,rup}$), áp lực kìm giữ ($f'_{l,a}$) được tính bằng công

thức $f'_{l,a} = 2 n_{frp} E_{frp} \varepsilon_{con} / D$ với n_{frp} là số tấm FRP, E_{frp} là module đàn hồi của tấm FRP, ε_{con} là biến dạng khi phá hoại và D là đường kính của cấu kiện và giá trị đầu ra của tập dữ liệu là cường độ chịu nén của cột bê tông UHPC chịu kìm nén f'_{cf} . Thông tin chi tiết về chỉ số thống kê của các tham số chính được trình bày trong Bảng 1.



Hình 1. Biểu đồ phân phối của các thuộc tính.

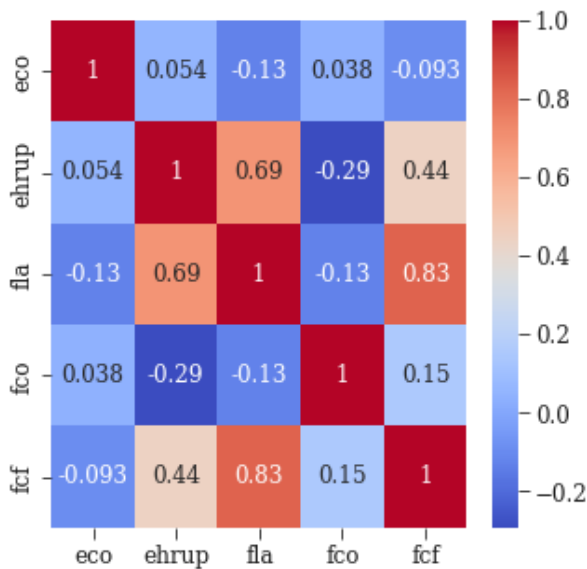
Bảng 1. Các chỉ số thống kê của tập dữ liệu.

Dữ liệu	Kí hiệu	Số lượng mẫu	Trung bình	Độ lệch chuẩn	min	max
ε_{co}	eco	110	0.003911	0.000902	0.00271	0.0066
$\varepsilon_{h,rup}$	ehруп	110	0.01	0.00	0.0055	0.0279
$f'_{l,a}$	fla	110	33.34	24.25	2.61	109.19
f'_{co}	fco	110	126.83	20.64	83.6	156.44
f'_{cf}	fcf	110	207.70	56.24	85.2	360.28

Biểu đồ phân phối cũng như mối tương quan giữa các đại lượng của f_{co} , ε_{co} , $\varepsilon_{h,rup}$, $f'_{l,a}$, và f'_{cf} được hiển thị trong Hình 1 và Hình 2. Có thể thấy trên

biểu đồ Hình 1, các giá trị được phân phối tương đối đều trong khoảng giới hạn của chúng. Tập dữ liệu được chia làm hai phần là tập huấn luyện và

tập kiểm chứng với tỉ lệ 80% - 20%. Các giá trị trong tập kiểm chứng là độc lập dùng để đánh giá độ chính xác cũng như khả năng tổng quát của kết quả. Đại lượng f_{co} tối thiểu là 83.6 MPa, cao nhất là 156.44 MPa, và dữ liệu nằm giữa 130 MPa và 150 MPa là nhiều nhất. Đại lượng ε_{co} tập trung trong phạm vi từ 0.0015 đến 0.003. f'_{cf} phân bố trong phạm vi từ 85.2 MPa đến 360.28 MPa. Các điểm dữ liệu của $\varepsilon_{h,rupt}$ trong phạm vi từ 0.0055 đến 0.0279. Như vậy, các số liệu đầu vào của kết quả thí nghiệm cho thấy sự biến động đáng kể, do đó, việc thiết lập được một mô hình dự báo ứng xử nén kiềm chế của kết cấu UHPC bởi FRP là hết sức cần thiết.



Hình 2. Mối tương quan giữa kết cấu UHPC-FRP và các yếu tố ảnh hưởng.

2.2. Xây dựng mô hình dự báo

Trong lĩnh vực kết cấu, khi lựa chọn một phương pháp học máy (ML) để xây dựng các mô hình dự báo, có hai tiêu chí quan trọng cần xem xét: Tính tường minh và khả năng tổng quát hóa. Nhiều thuật toán tiên tiến, như mạng neuron (AN), được coi là “hộp đen” do khả năng giải thích thấp về giá trị và tương tác của các neuron trung gian sâu bên trong mạng. Những thuật toán này có tính tường minh thấp và không phải là lựa chọn lý tưởng cho nghiên cứu, với mục tiêu cuối cùng không phải là hiệu suất mà là hiểu biết phức tạp hơn về bản chất vật lý của mối quan hệ giữa các biến. Hơn nữa, một thách thức lớn của dữ liệu liên quan đến thí nghiệm kết cấu, đặc biệt là dữ liệu nhiều biến đầu

vào và số lượng mẫu ít (High Dimension Low-Sample-Size - HDLSS), là khả năng tổng quát hóa của các mô hình đã học. Các thuật toán như mạng neuron tạo ra các mô hình overfit nghiêm trọng khi được huấn luyện trên dữ liệu HDLSS.

Với những tiêu chí này, nhóm tác giả sử dụng một phiên bản mới phát triển của hồi quy ký tự gọi là QLattice [17], được phát triển bởi Abzu ApS. QLattice là một phương pháp hồi quy ký tự được lấy cảm hứng từ lý thuyết lượng tử. Phương pháp này đạt nhiều thành công lớn trong mảng hồi quy ký tự của những năm gần đây. Chi tiết về khả năng áp dụng của QLattice có thể được tìm thấy trong [21]. Với một tập dữ liệu bao gồm các yếu tố đầu vào (X) và yếu tố đầu ra (Y), QLattice xây dựng hàm toán học dưới dạng đồ thị không gian để kết nối giữa X và Y. Phương pháp đã lặp lại quá trình này liên tục với các hàm toán học khác nhau. Thuật toán QLattice hoạt động như sau:

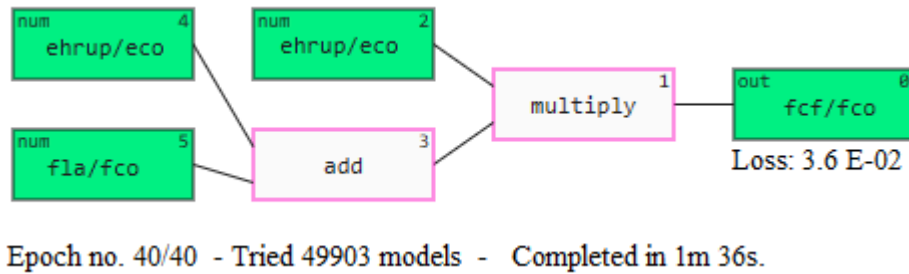
Trước tiên, tạo ra một mẫu ban đầu của các hàm, sử dụng gradient descent để điều chỉnh chúng, và đánh giá về mức thích nghi. Mẫu ban đầu được hình thành bằng cách sử dụng một tập hợp các giả định tiên nghiệm, gán cho mỗi đầu vào dựa trên thông tin chung với đầu ra. Sau đó, các hàm hoạt động tốt nhất được sử dụng để tạo ra một thể hệ mới của các hàm, bao gồm ba nhóm: (i) những hàm hoạt động tốt nhất từ thế hệ trước, (ii) phiên bản biến đổi của những hàm hoạt động tốt nhất từ thế hệ trước và (iii) một tập hợp hoàn toàn mới của các hàm được lấy mẫu. Thay vì lấy mẫu biến đổi và các hàm mới từ phân phối đồng nhất của các đầu vào và toán tử, QLattice lấy mẫu từ một phân phối xác suất được học thông qua một ánh xạ giữa không gian hàm và một lưới. Do đó, với mỗi thế hệ, thuật toán này cải thiện ước lượng phân phối xác suất. Khi quá trình lặp lại này được tiếp tục, QLattice mở rộng tìm kiếm các hàm phù hợp nhất. Với các đồ thị toán học, thuật toán lưu lại và đánh giá hiệu suất của chúng dựa trên bộ dữ liệu, tiếp đến là tiến hành đơn giản và tổng quát hoá. Kết quả của quá trình tìm kiếm là một danh sách các biểu thức được sắp xếp theo hiệu quả của mô hình.

3. Kết quả dự báo và thảo luận

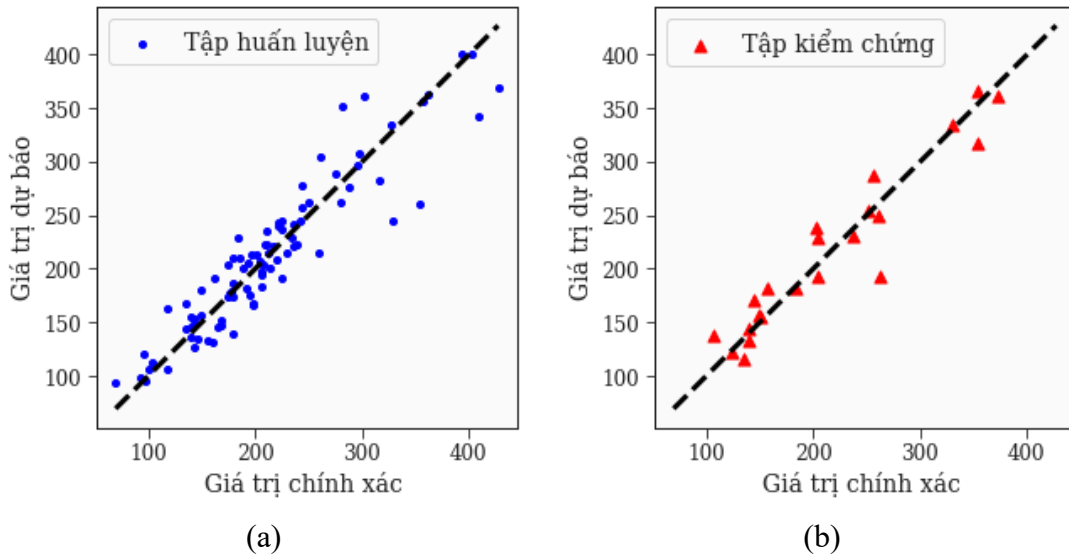
Sau khi tiến hành xây dựng mô hình Qlattice và học với tập dữ liệu huấn luyện. Gần 50.000 mô hình đã được tính toán để xây dựng được đồ thị có hiệu quả tốt nhất như trong Hình 3. Mối quan hệ tìm được có thể biểu diễn thành dạng phương trình như sau:

$$\frac{f'_{cf}}{f'_{co}} = 1.32 + 1.55 * \left(3.57 * \frac{f'_{l,a}}{f'_{co}} - 0.43 \right) * \left(0.07 * \frac{\varepsilon_{h,rup}}{\varepsilon_{co}} - 1 \right)^2$$

Nhóm nghiên cứu đã so sánh giá trị dự báo và giá trị thực tế của hai tập dữ liệu huấn luyện và kiểm chứng trong Hình 4. Nhận thấy rằng, mô hình có độ chính xác tốt khi các điểm trong đồ thị nằm khá gần đường chính giữa. Bên cạnh đó, nhóm cũng tiến hành so sánh kết quả thu được với các công thức tính toán cường độ chịu nén của bê tông UHPC bị kiểm chế bởi tấm gia cường FRP với các nghiên cứu đã được công bố trước đây. Các phương pháp này được so sánh với nhau thông qua hai hệ số R^2 và MAE . Có thể thấy rằng, mô hình ở nghiên cứu này có độ chính xác vượt trội với $R^2 = 0.83$ và $MAE = 0.152$ khi so sánh với các nghiên cứu trước và được tổng hợp trong Bảng 2.



Hình 3. Sơ đồ làm việc của Qlattice.



Hình 4. So sánh các giá trị dự báo và giá trị chính xác của tập dữ liệu (a) huấn luyện và (b) kiểm chứng

Bảng 2. So sánh mô hình tìm được và các mô hình đã được công bố.

Tác giả	Công thức	R^2	MAE (MPa)
Cui và Sheikh [22]	$\frac{f'_{cf}}{f'_{co}} = \left(1 + 10 * \frac{f'_{l,a}}{f'_{co}} \right)^{0.6}$	0.36	59.51

Tác giả	Công thức	R^2	MAE (MPa)
Zohrevand và Mirmiran [23]	$\frac{f'_{cf}}{f'_{co}} = 1 + 3.2519 * \frac{f'_{l,a}}{f'_{co}}$	0.66	35.83
Deng và Wang [24]	$\frac{f'_{cf}}{f'_{co}} = 1 + 2.11 * \left(\frac{f'_{l,a}}{f'_{co}} \right)^{1.01}$	0.65	24.57
Liang và cộng sự [25]	$\frac{f'_{cf}}{f'_{co}} = 1 + 2.14 * \frac{f'_{l,a}}{f'_{co}}$	0.67	24.12
Dang và cộng sự [26]	$\frac{f'_{cf}}{f'_{co}} = 1 + 3.38 * \frac{f'_{l,a}}{f'_{co}}$	0.63	38.87
Liao và cộng sự [20]	I: $\frac{f'_{cf}}{f'_{co}} = 0.56 + 2.35 * \left(\frac{f'_{l,a}}{f'_{co}} \right)^{0.6} * \left(\frac{\varepsilon_{h,rup}}{\varepsilon_{co}} \right)^{0.1}$ khi $\rho k < 0.075$ II: $\frac{f'_{cf}}{f'_{co}} = 1 + 0.606 * \left(\frac{f'_{l,a}}{f'_{co}} \right)^{0.6} * \left(\frac{\varepsilon_{h,rup}}{\varepsilon_{co}} \right)^{0.7}$ khi $\rho k > 0.075$	0.74	25.5
Song và cộng sự [27]	$\frac{f'_{cf}}{f'_{co}} = 0.35 + 2.566 * \left(\frac{f'_{l,a}}{f'_{co}} \right)^{0.455}$	0.78	21.43
Nghiên cứu này	$\frac{f'_{cf}}{f'_{co}} = 1.32 + 1.55 * \left(3.57 * \frac{f'_{l,a}}{f'_{co}} - 0.43 \right) * \left(0.07 * \frac{\varepsilon_{h,rup}}{\varepsilon_{co}} - 1 \right)^2$	0.83	18.12

4. Kết luận và kiến nghị

Nghiên cứu này đã xây dựng được một mô hình học máy hiệu quả để dự đoán đặc tính chịu nén của các cột UHPC gia cường bởi tấm sợi FRP. Mô hình dựa trên phương pháp hồi quy ký tự QLattice - một kỹ thuật được lấy cảm hứng từ lý thuyết lượng tử. Kết quả tính toán tìm được phương trình có độ chính xác là $R^2 = 0.83$ và $MAE = 18.12$ MPa, cao hơn các mô hình đã được công bố trước đây. Kết quả này khẳng định khả năng ứng dụng của học máy, đặc biệt là phương pháp hồi quy ký tự tiên tiến như QLattice, trong việc khám phá các mối quan hệ phức tạp thuộc lĩnh vực kỹ thuật xây dựng. Phương trình thu được từ mô hình QLattice

đã mô tả và tổng hợp được ảnh hưởng của các yếu tố quan trọng như cường độ của UHPC và FRP, biến dạng của FRP khi đứt gãy đến khả năng chịu nén của cột UHPC-FRP. Điều này mang lại hiểu biết sâu sắc hơn về cơ chế làm việc của vật liệu composite này. Ngoài ra, mô hình dự báo chính xác có thể giúp tiết kiệm thời gian và chi phí trong giai đoạn thiết kế các kết cấu sử dụng UHPC-FRP, góp phần thúc đẩy ứng dụng rộng rãi vật liệu đột phá này trong thực tế. Trong tương lai, để khắc phục vấn đề số lượng mẫu thí nghiệm còn hạn chế, việc sử dụng các thí nghiệm mô phỏng, sau khi đã được kiểm chứng với thí nghiệm thực tế, là một hướng nghiên cứu có thể xem xét đến.

Lời cảm ơn

Nghiên cứu này được tài trợ bởi Trường Đại học Giao thông vận tải trong đề tài mã số T2024-CT-029.

Tài liệu tham khảo

- [1] J. J. Liao, J. -J. Zeng, X. -C. Lin, Y. Zhuge and S. -H. He, “Punching shear behavior of frp grid-reinforced ultra-high performance concrete slabs,” *J. Compos. Constr.*, vol. 27, no. 4, Aug. 2023, Art. no. 04023031, doi: 10.1061/JCCOF2.CCENG-4148.
- [2] F. Yu, D. Sun, M. Hu, and J. Wang, “Study on the pores characteristics and permeability simulation of pervious concrete based on 2D/3D CT images,” *Constr. Build. Mater.*, vol. 200, pp. 687-702. Mar. 2019, doi: 10.1016/j.conbuildmat.2018.12.135.
- [3] L. Xu et al., “Axial compressive performance of UHPC filled steel tube stub columns containing steel-polypropylene hybrid fiber,” *Constr. Build. Mater.*, vol. 204, pp. 754–767, Apr. 2019, doi: 10.1016/j.conbuildmat.2019.01.202.
- [4] S. Yuan, Z. Liu, T. Tong, and J. Liu, “Experimental, analytical, and numerical investigation on flexural behavior of hybrid beams consisting of ultra-high performance and normal-strength concrete,” *Eng. Struct.*, vol. 268, Oct. 2022, Art. no. 114725, doi: 10.1016/j.engstruct.2022.114725.
- [5] Z. Zhao, Y. Wei, G. Wang, K. Miao, and K. Zheng, “Exploration on unified calculation of axial compressive load-carrying capacity of square and rectangular concrete-filled steel tubular columns” *Constr. Build. Mater.*, vol. 398, Sep. 2023, Art. no. 132546, doi: 10.1016/j.conbuildmat.2023.132546.
- [6] Z. Zhao, Y. Wei, G. Wang, Y. Zhang, and Y. Lin, “Axial compression performance of square UHPC-filled stainless-steel tubular columns,” *Constr. Build. Mater.* vol. 408, Dec. 2023, Art. no. 133622, doi: 10.1016/j.conbuildmat.2023.133622.
- [7] K. Miao, Y. Wei, F. Dong, K. Zheng, and J. Wang “Experimental study on concrete-filled steel tube columns with inner distributed seawater and sea sand concrete-filled fiber-reinforced polymer tubes under axial compression,” *Compos. Struct.*, vol. 320, Sep. 2023, Art. no. 117181, doi: 10.1016/j.compstruct.2023.117181.
- [8] L. Zeng, W. Yu, Z. Mo, S. Huang, and H. Yuan “Experimental and numerical studies on sea sand concrete filled stainless steel tube with inner FRP tube subjected to axial compression,” *China Ocean Eng.*, vol. 37 pp. 272-287, Apr. 2023, doi: 10.1007/s13344-023-0023-5
- [9] A. C. Yağar, C. İnce, and S. Derogar, “FRP strengthening of RC structures: Sustainable, environmental and structural evaluations,” *J. Sustain. Constr. Mater. Technol.*, vol. 7, no. 4, pp.358-374, 2022, doi: 10.47481/jscmt.1211086.
- [10] J. J. Wang, S. S. Zhang, X. F. Nie, and T. Yu, “Compressive behavior of FRP-confined ultra-high performance concrete (UHPC) and ultra-high performance fiber reinforced concrete (UHPFRC)” *Compos. Constr.*, vol. 312, May 2023, Art. no. 116879, doi: 10.1016/j.compsstruct.2023.116879
- [11] W. G. Davids, D. Guzzi, A. P Schanck, “Development and experimental assessment of friction-type shear connectors for FRP bridge girders with composite concrete decks,” *Mater. (Basel)*, vol. 15, no. 9, Apr. 2022, Art. no. 3014, doi: 10.3390/ma15093014.
- [12] W. D. Corte and J.i Uyttersprot, “FRP bridges in the Flanders Region: Experiences from the C-Bridge project,” *Appl.Sci.*, vol. 12, no. 21, 2022, Art. no. 10897, doi: 10.3390/app122110897.
- [13] M. M. Moein et al., “Predictive models for concrete properties using machine learning and deep learning approaches: A review,” *J. Build. Eng.*, vol. 63, part A, Jan. 2023, Art. no. 105444, doi: 10.1016/j.job.2022.105444.
- [14] K. L. Nguyen, H. T. Trinh, T. T. Nguyen, and H. D. Nguyen, “Comparative study on the performance of different machine learning techniques to predict the shear strength of RC deep beams: Model selection and industry implications,” *Expert Syst. Appl.*, vol. 230,

- Nov. 2023, Art. no. 120649, doi: 10.1016/j.eswa.2023.120649.
- [15] J. R. Koza, *Genetic Programming: On the Programming of Computers by Means of Natural Selection*, 1st ed., Cambridge, MA, USA: Bradford Books, 1992.
- [16] B. -A. Le, B. -V. Tran, T. -S. Vu, V. -H. Vu, and V. -H. Nguyen, "Predicting the compressive strength of pervious cement concrete based on fast genetic programming method" *Arab. J. Sci. Eng.*, vol. 49, pp. 5487-5504, Apr. 2024, doi: 10.1007/s13369-023-08396-2.
- [17] K. R. Broeløs et al., "An approach to symbolic regression using feyn," *Comput. Sci.*, 2021, arXiv:2104.05417.
- [18] J. Liao et al., "Compressive behavior of FRP-confined ultra-high performance concrete (UHPC) in circular columns," *Eng. Struct.*, vol. 249, Dec. 2021, Art. no. 113246, doi: 10.1016/j.engstruct.2021.113246
- [19] W. Wang, C. Wu, Z. Liu, and H. Si, "Compressive behavior of ultra-high performance fiber-reinforced concrete (UHPFRC) confined with FRP," *Compos. Struct.*, vol. 204, pp. 419-437, Nov. 2018, doi: 10.1016/j.compstruct.2018.07.102.
- [20] J. Liao et al., "Design-oriented stress-strain model for FRP-confined ultra-high performance concrete (UHPC)" *Constr. Build. Mater.*, vol. 318, Feb. 2022, Art. no. 126200, doi: 10.1016/j.conbuildmat.2021.126200.
- [21] W L. Cava, 2022, "Results files from the 2022 SRBench Competition: Interpretable symbolic regression for data science," zenodo.org. [Online]. Available: <https://zenodo.org/records/6842176>.
- [22] C. Cui and S. A. Sheikh, "Analytical Model for Circular Normal- and High-Strength Concrete Columns Confined with FRP" *J. Compos. Constr.*, vol. 14, no. 5, pp. 562-572, 2010, doi: 10.1061/(ASCE)C C.1943-5614.0000115
- [23] P. Zohrevand and A. Mirmiran, "Stress-strain model of ultrahigh performance concrete confined by fiber-reinforced polymers" *J. Mater. Civ. Eng.*, vol. 25, no. 12, pp. 1822-1829, doi: 10.1061/(ASCE)MT.1943-5533.000076.
- [24] Z. Deng and J. Qu, "The experimental studies on behavior of ultrahigh-performance concrete confined by hybrid fiber-reinforced polymer tubes" *Adv. Mater.Sci. Eng.*, vol. 2015, 2015, Art. no. 201289, doi: 10.1155/2015/201289.
- [25] M. Liang et al., "Interpretable ensemble-machine-learning models for predicting creep behavior of concrete," *Cem. Concr. Compos.*, vol. 125, 2022, Art. no. 104295, doi: 10.1016/j.cemconcomp.2021.104295.
- [26] Z. Dang, Z. Li, P. Feng, "Axial compressive behavior of UHPC confined by FRP," *Compos. Struct.*, vol. 300, Nov. 2022, Art. no. 116110, doi: 10.1016/j.compstruct.2022.116110.
- [27] P. S. Song and S. Hwang, "Mechanical properties of high-strength steel fiber-reinforced concrete" *Constr. Build. Mater.*, vol. 18, no. 9, pp. 669-673, Nov. 2004, doi: 10.1016/j.conbuildmat.2004.04.027.