

Điều khiển bền vững dựa trên bộ quan sát trạng thái mở rộng thời gian hữu hạn cho cổng trục RTG

Finite-time extended state observer-based robust control approach of RTG cranes

Phạm Văn Triệu*

Khoa Máy tàu biển, Trường Đại học Hàng hải Việt Nam

Từ khóa:

Cổng trục giàn bánh lốp
Điều khiển bền vững
Bộ quan sát trạng thái mở rộng thời gian hữu hạn

TÓM TẮT

Trong bài báo này, một phương pháp điều khiển bền vững dựa trên bộ quan sát trạng thái mở rộng thời gian hữu hạn được phát triển cho hệ thống cổng trục giàn bánh lốp dưới tác động của nhiễu gió. Trước tiên, một bộ quan sát trạng thái mở rộng được đề xuất không chỉ ước lượng nhiễu gió do môi trường biển tác động còn có thể quan sát vận tốc nhằm giải quyết vấn đề khó khăn trong việc lắp đặt cảm biến đo. Thời gian hội tụ của bộ quan sát được phân tích và tính toán làm cơ sở đánh giá sự ổn định cho toàn bộ hệ thống điều khiển. Tiếp theo, bộ điều khiển trượt tầng được trình bày dựa trên kết quả ước lượng của bộ quan sát. Sự ổn định của hệ thống điều khiển được chứng minh bằng cách sử dụng lý thuyết ổn định Lyapunov nhằm đảm bảo sai lệch ước lượng hội tụ về một miền bị chặn và sai lệch trạng thái hội tụ về không. Cuối cùng, tính hiệu quả của phương pháp đề xuất được kiểm chứng thông qua mô phỏng số và so sánh với bộ điều khiển trượt tiêu chuẩn trong trường hợp bị tác động bởi nhiễu gió.

Keywords:

Rubber-tired gantry crane
Robust control
Finite-time extended state observer

ABSTRACT

In this paper, a robust control method based on finite-time extended state observer is developed for the rubber-tired gantry crane under the influence of wind disturbance. Firstly, an extended state observer is proposed to estimate not only the wind disturbance from the marine environment but also to observe the velocity to address the difficulty in sensor installation. The settling time of the observer is analyzed and calculated to serve as the basis for evaluating the stability of the whole control system. Subsequently, a hierarchical sliding mode controller is presented based on the observer's estimation results. The stability of the control system is demonstrated using the Lyapunov's stability theory to ensure that the estimated error converges to a bounded domain and the state error converges to zero. Finally, the effectiveness of the proposed method is validated through numerical simulations and compared with a standard sliding mode controller in the case of wind disturbance.

* Phạm Văn Triệu. Khoa Máy tàu biển, Trường Đại học Hàng hải Việt Nam

Email: phamvantrieu@vamaru.edu.vn

[https://www.doi.org/10.55228/JTST.14\(1\).61-70](https://www.doi.org/10.55228/JTST.14(1).61-70)

Ngày nhận bài: 04/11/2024; Ngày nhận bài sửa: 24/12/2024; Ngày chấp nhận đăng: 14/01/2025

Ngày xuất bản trực tuyến: 15/01/2025

pISSN: 1859-4263; eISSN: 3030-4261

1. Giới thiệu

Ngày nay, các thiết bị nâng chuyển như cổng trục và cầu trục có vai trò quan trọng trong quá trình công nghiệp hóa, hiện đại hóa. Với hầu hết các lĩnh vực trong công nghiệp như xây dựng, cơ khí, đóng tàu, vận tải,... cổng trục và cầu trục giúp cải thiện đáng kể khả năng xếp và vận chuyển hàng hóa, từ đó, nâng cao năng suất lao động. Trong lĩnh vực vận chuyển hàng hải, cổng trục với kết cấu bánh lốp được xem như một giải pháp tiềm năng trong quá trình vận chuyển hàng hóa tại các cảng biển. Mặc dù, cổng trục giàn bánh lốp [1] và cổng trục di chuyển trên ray [2] đều được ứng dụng cho các nhiệm vụ ngoài trời, nhưng cổng trục giàn bánh lốp cho thấy khả năng di chuyển linh hoạt nhờ hệ thống bánh lốp thay vì việc di chuyển trên đường ray cố định. Trong khi đó, cầu trục [3] với kết cấu dạng cầu thường thiết lập và ứng dụng trong các nhà xưởng.

Trong nghiên cứu này, tác giả tập trung vào các ứng dụng vận chuyển hàng hóa tại các cảng biển với độ linh hoạt cao. Vì vậy, cổng trục giàn bánh lốp được xem là đối tượng nghiên cứu trong bài báo này. Việc điều khiển cổng trục giàn bánh lốp là một trong những thách thức chính do đặc điểm phức tạp của đối tượng cũng như sự tác động đến từ môi trường. Do có những đặc điểm tương tự trong quá trình thiết kế điều khiển của cầu trục và cổng trục giàn bánh lốp, nên nghiên cứu cổng trục giàn bánh lốp còn hạn chế [1], [4], tác giả đã xem xét việc thiết kế điều khiển cho hai loại để tăng sự đa dạng trong việc khảo sát. Nhiều mô hình động lực học của cổng trục và cầu trục đã được đề xuất nhằm phục vụ mục đích tính toán, điều khiển, bao gồm mô hình hai bậc tự do trong [3], [5]; mô hình ba bậc tự do trong [6], [7]; mô hình bốn bậc tự do trong [8], [9]; và mô hình năm bậc tự do trong [10], [11]. Để có thể nâng cao độ chính xác trong chuyển động cũng như

hạn chế sự rung lắc của hàng hóa, các bộ điều khiển bám quỹ đạo đặt được tập trung nghiên cứu và phát triển. Trong đó, hệ thống điều khiển phản hồi vòng kín sử dụng bộ PID được đề xuất trong [12], bộ điều khiển LQR được đề xuất trong [13], hay bộ điều khiển mô hình dự đoán (MPC) được phát triển trong [14]. Ngoài ra, lý thuyết về điều khiển phi tuyến được áp dụng phổ biến để xử lý hệ thiếu cơ cấu chấp hành như hệ thống cổng trục và cầu trục. Trong [15], bộ điều khiển trượt được thiết kế giúp nâng cao hiệu suất chuyển động, đặc biệt có thể bền vững với bất định. Ngoài ra, bộ điều khiển trượt tầng được đề xuất trong [16], trong khi, bộ điều khiển trượt bậc hai được phát triển trong [17]. Mặt khác, các phương pháp điều khiển được đề xuất bằng cách kết hợp điều khiển trượt với các lý thuyết điều khiển khác. Ví dụ, bộ PD kết hợp điều khiển trượt trong [18], điều khiển trượt kết hợp tuyến tính hóa phản hồi một phần trong [19],... Tuy nhiên, trái ngược với cầu trục được vận hành tại các khu công nghiệp, cổng trục giàn bánh lốp phần lớn chuyên dùng để xếp hàng hóa tại các cảng biển. Do vậy, các yếu tố về môi trường ảnh hưởng lớn đến chất lượng điều khiển, chẳng hạn như nhiễu gió. Ở các nghiên cứu [1], [20], [21], bộ quan sát nhiễu được đề xuất nhằm mục đích xem xét nhiễu trong thiết kế điều khiển. Ngoài ra, việc lắp đặt cảm biến để đo tốc độ phục vụ hệ thống điều khiển cũng là một thách thức lớn, do vậy, bộ quan sát trạng thái được xem là giải pháp hiệu quả làm giảm phụ thuộc vào cảm biến khi điều khiển. Trong [4], hai bộ quan sát dựa trên cơ sở mạng nơ ron được đề xuất nhằm ước lượng tốc độ và nhiễu, tuy nhiên, với việc sử dụng các lớp nhiều nút mạng, hệ thống có thời gian phản hồi lâu và chi phí tính toán lớn khi xem xét nhiễu trọng số.

Trong nội dung nghiên cứu này, một phương pháp điều khiển bền vững được đề

xuất cho cổng trục giàn bánh lốp kết hợp với bộ quan sát trạng thái mở rộng giúp đảm bảo hiệu suất bám quỹ đạo đặt ngay cả khi có sự ảnh hưởng của bất định và nhiễu môi trường. Thay vì, chỉ tập trung vào giải quyết bất định và nhiễu như trong các nghiên cứu [1], [20], [21], phương pháp đề xuất cho phép đồng thời giải quyết nhiễu, bất định và quan sát trạng thái, giảm thiểu sự phụ thuộc vào cảm biến. Việc kiểm chứng phương pháp đề xuất được thực hiện thông qua phần mềm mô phỏng. Cấu trúc của bài báo bao gồm những nội dung như sau: Phần 2 trình bày mô hình năm bậc tự do của cổng trục, từ đó, biến đổi sang mô hình điều khiển; Phần 3 thiết kế bộ quan sát trạng thái mở rộng và tính toán thời gian hội tụ; Phần 4 trình bày thuật toán điều khiển dựa trên bộ quan sát ở Phần 3; kết quả mô phỏng được thể hiện trong Phần 5; và cuối cùng là kết luận trong Phần 6.

2. Mô hình toán học

Dựa vào nghiên cứu [1], mô hình toán học của cổng trục ba chiều (3D) được biểu diễn:

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{D}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}(\mathbf{q}) = \mathbf{F} + \mathbf{d} \quad (1)$$

Trong đó, $\mathbf{M}(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^{5 \times 5}$ là ma trận quán tính, $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \in \mathbb{R}^{5 \times 5}$ là ma trận Coriolis ly tâm, $\mathbf{D}(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^{5 \times 5}$ là ma trận cản; $\mathbf{G}(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^{5 \times 1}$ là vector trọng lực; $\mathbf{q} = [x \ y \ l \ \alpha \ \beta]^T$ là vector trạng thái với x, y là vị trí của cổng trục và xe con, l là chiều dài cáp dây, và α, β là hai góc dao động của tải; $\mathbf{F} = [F_x \ F_y \ F_l \ 0 \ 0]^T$ là tín hiệu điều khiển; và $\mathbf{d} = [d_x \ d_y \ 0 \ d_\alpha \ d_\beta]^T$ là nhiễu gió. Như vậy, có thể thấy, số lượng biến trạng thái \mathbf{q} của cổng trục 3D nhiều hơn số lượng biến điều khiển \mathbf{F} . Vì vậy, phương trình (1) cần được phân tích thành hai hệ con xem xét biến trạng thái kích hoạt

$\mathbf{q}_a = [x \ y \ l]^T$ và biến trạng thái không kích hoạt $\mathbf{q}_u = [\alpha \ \beta]^T$ như hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} \mathbf{M}_{11}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}}_a + \mathbf{M}_{12}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}}_u + \mathbf{C}_{11}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}}_a \\ + \mathbf{C}_{12}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}}_u + \mathbf{D}_{11}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}}_a + \mathbf{D}_{12}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}}_u \\ + \mathbf{G}_1(\mathbf{q}) = \mathbf{F}_a + \mathbf{d}_a \\ \mathbf{M}_{21}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}}_a + \mathbf{M}_{22}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}}_u + \mathbf{C}_{21}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}}_a \\ + \mathbf{C}_{22}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}}_u + \mathbf{G}_2(\mathbf{q}) = \mathbf{d}_u \end{cases} \quad (2)$$

Trong đó, $\mathbf{F}_a = [F_x \ F_y \ F_l]^T$ và $\mathbf{d} = \begin{bmatrix} \mathbf{d}_a \\ \mathbf{d}_u \end{bmatrix}$.

Biến đổi hệ phương trình (2) thu được hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} \bar{\mathbf{M}}_1(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}}_a + \bar{\mathbf{C}}_{11}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}}_a + \bar{\mathbf{C}}_{12}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}}_u \\ + \bar{\mathbf{G}}_1(\mathbf{q}) = \mathbf{F}_a + \mathbf{d}_a \\ \bar{\mathbf{M}}_2(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}}_u + \bar{\mathbf{C}}_{21}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}}_a + \bar{\mathbf{C}}_{22}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}}_u \\ + \bar{\mathbf{G}}_2(\mathbf{q}) = \mathbf{F}_u + \mathbf{d}_u \end{cases} \quad (3)$$

Trong đó:

$$\bar{\mathbf{M}}_1(\mathbf{q}) = \mathbf{M}_{11}(\mathbf{q}) - \mathbf{M}_{12}(\mathbf{q})\mathbf{M}_{22}^{-1}(\mathbf{q})\mathbf{M}_{21}(\mathbf{q});$$

$$\bar{\mathbf{C}}_{11}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \mathbf{D}_{11}(\mathbf{q}) + \mathbf{C}_{11}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - \mathbf{M}_{12}(\mathbf{q})\mathbf{M}_{22}^{-1}(\mathbf{q})\mathbf{C}_{21}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}});$$

$$\bar{\mathbf{C}}_{12}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \mathbf{D}_{12}(\mathbf{q}) + \mathbf{C}_{12}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - \mathbf{M}_{12}(\mathbf{q})\mathbf{M}_{22}^{-1}(\mathbf{q})\mathbf{C}_{22}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}});$$

$$\bar{\mathbf{G}}_1(\mathbf{q}) = \mathbf{G}_1(\mathbf{q}) - \mathbf{M}_{12}(\mathbf{q})\mathbf{M}_{22}^{-1}(\mathbf{q})\mathbf{G}_2(\mathbf{q});$$

$$\bar{\mathbf{M}}_2(\mathbf{q}) = \mathbf{M}_{22}(\mathbf{q}) - \mathbf{M}_{21}(\mathbf{q})\mathbf{M}_{11}^{-1}(\mathbf{q})\mathbf{M}_{12}(\mathbf{q});$$

$$\bar{\mathbf{C}}_{21}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \mathbf{C}_{21}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - \mathbf{M}_{21}(\mathbf{q})\mathbf{M}_{11}^{-1}(\mathbf{q})\mathbf{C}_{11}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}});$$

$$- \mathbf{M}_{21}(\mathbf{q})\mathbf{M}_{11}^{-1}(\mathbf{q})\mathbf{D}_{11}(\mathbf{q})$$

$$\bar{\mathbf{C}}_{22}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \mathbf{C}_{22}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - \mathbf{M}_{21}(\mathbf{q})\mathbf{M}_{11}^{-1}(\mathbf{q})\mathbf{C}_{12}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}});$$

$$- \mathbf{M}_{21}(\mathbf{q})\mathbf{M}_{11}^{-1}(\mathbf{q})\mathbf{D}_{12}(\mathbf{q})$$

$$\bar{\mathbf{G}}_2(\mathbf{q}) = \mathbf{G}_2(\mathbf{q}) - \mathbf{M}_{21}(\mathbf{q})\mathbf{M}_{11}^{-1}(\mathbf{q})\mathbf{G}_1(\mathbf{q});$$

$$\mathbf{F}_u = -\mathbf{M}_{21}(\mathbf{q})\mathbf{M}_{11}^{-1}(\mathbf{q})\mathbf{F}_a.$$

Với phương trình (3) là mô hình toán học của cổng trục giàn bánh lốp, được sử dụng để thiết kế mô hình bộ quan sát trạng thái mở rộng và bộ điều khiển trong các phần tiếp theo của bài báo.

3. Bộ quan sát trạng thái mở rộng

Đặt $\mathbf{z}_1 = \mathbf{q}$ và $\mathbf{z}_2 = \dot{\mathbf{q}}$, phương trình (3) được viết lại dưới dạng hệ truyền ngược chặt:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{z}}_1 = \mathbf{z}_2 \\ \dot{\mathbf{z}}_2 = \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{z}_1)\mathbf{F} + \boldsymbol{\xi} \end{cases} \quad (4)$$

Trong đó, $\boldsymbol{\xi} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\xi}_a \\ \boldsymbol{\xi}_u \end{bmatrix}$ là biến phụ gồm một phần mô hình và nhiễu, với $\boldsymbol{\xi}_a \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$ và $\boldsymbol{\xi}_u \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$ được tính như sau:

$$\begin{cases} \boldsymbol{\xi}_a = \bar{\mathbf{M}}_1^{-1}(\mathbf{z}_1) \begin{pmatrix} \mathbf{d}_a - \bar{\mathbf{C}}_{11}(\mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2)\dot{\mathbf{q}}_a \\ -\bar{\mathbf{C}}_{12}(\mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2)\dot{\mathbf{q}}_u - \bar{\mathbf{G}}_1(\mathbf{z}_1) \end{pmatrix} \\ \boldsymbol{\xi}_u = \bar{\mathbf{M}}_2^{-1}(\mathbf{z}_1) \begin{pmatrix} \mathbf{d}_u - \bar{\mathbf{C}}_{21}(\mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2)\dot{\mathbf{q}}_a \\ -\bar{\mathbf{C}}_{22}(\mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2)\dot{\mathbf{q}}_u - \bar{\mathbf{G}}_2(\mathbf{z}_1) \end{pmatrix} \end{cases} \quad (5)$$

Từ phương trình (4), mô hình bộ quan sát trạng thái mở rộng được trình bày như sau:

$$\begin{cases} \dot{\hat{\mathbf{z}}}_1 = \hat{\mathbf{z}}_2 - \frac{\alpha_1}{\mu} \tilde{\mathbf{z}}_1 \\ \dot{\hat{\mathbf{z}}}_2 = \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{z}_1)\mathbf{F} + \hat{\boldsymbol{\xi}} - \frac{\alpha_2}{\mu^2} \tilde{\mathbf{z}}_1 \\ \dot{\hat{\boldsymbol{\xi}}} = -\frac{\alpha_3}{\mu^3} \tilde{\mathbf{z}}_1 \end{cases} \quad (6)$$

Trong đó, $\hat{\mathbf{z}}_1, \hat{\mathbf{z}}_2, \hat{\boldsymbol{\xi}}$ là các biến để ước lượng $\mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2, \boldsymbol{\xi}$; $\tilde{\mathbf{z}}_1 = \mathbf{z}_1 - \hat{\mathbf{z}}_1$ là sai lệch ước lượng \mathbf{z}_1 ; $\mu, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ là các tham số bộ quan sát. Từ phương trình (4) và (6), thu được mô hình sai lệch:

$$\begin{cases} \dot{\tilde{\mathbf{z}}}_1 = \tilde{\mathbf{z}}_2 + \frac{\alpha_1}{\mu} \tilde{\mathbf{z}}_1 \\ \dot{\tilde{\mathbf{z}}}_2 = \tilde{\boldsymbol{\xi}} + \frac{\alpha_2}{\mu^2} \tilde{\mathbf{z}}_1 \\ \dot{\tilde{\boldsymbol{\xi}}} = \tilde{\boldsymbol{\xi}} + \frac{\alpha_3}{\mu^3} \tilde{\mathbf{z}}_1 \end{cases} \quad (7)$$

Trong đó, $\tilde{\mathbf{z}}_2 = \mathbf{z}_2 - \hat{\mathbf{z}}_2$, $\tilde{\boldsymbol{\xi}} = \boldsymbol{\xi} - \hat{\boldsymbol{\xi}}$ lần lượt là sai lệch ước lượng của $\mathbf{z}_2, \boldsymbol{\xi}$ và $\tilde{\boldsymbol{\xi}} = \begin{bmatrix} \tilde{\xi}_x & \tilde{\xi}_y & \tilde{\xi}_l & \tilde{\xi}_\alpha & \tilde{\xi}_\beta \end{bmatrix}^T$ với giả thiết $\|\tilde{\boldsymbol{\xi}}\| \leq L$. Viết lại hệ phương trình (7) bằng cách sử dụng biến phụ $\mathbf{e}_i, \mathbf{B}_i \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$ với $i = 1 \div 5$:

$$\dot{\mathbf{e}}_i = \mathbf{A}\mathbf{e}_i + \mathbf{B}_i \quad (8)$$

Trong đó:

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{z}}_1 & \tilde{\mathbf{z}}_2 & \tilde{\boldsymbol{\xi}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_1 & \mathbf{e}_2 & \mathbf{e}_3 & \mathbf{e}_4 & \mathbf{e}_5 \end{bmatrix}^T;$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0}_{5 \times 1} & \mathbf{0}_{5 \times 1} & \tilde{\boldsymbol{\xi}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1 & \mathbf{B}_2 & \mathbf{B}_3 & \mathbf{B}_4 & \mathbf{B}_5 \end{bmatrix}^T;$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \frac{\alpha_1}{\mu} & 1 & 0 \\ \frac{\alpha_2}{\mu^2} & 0 & 1 \\ \frac{\alpha_3}{\mu^3} & 0 & 0 \end{bmatrix}. \text{ Để tìm trị riêng của ma}$$

trận \mathbf{A} , xét định thức:

$$|\lambda \mathbf{I} - \mathbf{A}| = \begin{vmatrix} \lambda - \frac{\alpha_1}{\mu} & -1 & 0 \\ -\frac{\alpha_2}{\mu^2} & \lambda & -1 \\ -\frac{\alpha_3}{\mu^3} & 0 & \lambda \end{vmatrix} = 0 \quad (9)$$

Biến đổi phương trình (9), có trị riêng của \mathbf{A} là nghiệm của phương trình:

$$\lambda^3 - \frac{\alpha_1}{\mu} \lambda^2 - \frac{\alpha_2}{\mu^2} \lambda - \frac{\alpha_3}{\mu^3} = 0 \quad (10)$$

Các tham số điều khiển $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \mu$ được chọn sao cho ma trận \mathbf{A} là ma trận Hurwitz, tức là đa thức (10) có nghiệm λ nằm bên trái trục ảo. Như vậy, với bất kì ma trận đối xứng xác định dương \mathbf{Q} luôn tồn tại duy nhất ma trận đối xứng xác định dương \mathbf{P} thỏa mãn phương trình Lyapunov:

$$\mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A} + \mathbf{Q} = 0 \quad (11)$$

Để xét sự ổn định của bộ quan sát trạng thái mở rộng chọn hàm Lyapunov:

$$V_{ESO} = \sum_{i=1}^5 \mathbf{e}_i^T \mathbf{P} \mathbf{e}_i \quad (12)$$

Lấy đạo hàm hai vế (12) và kết hợp với phương trình (8) có thể thu được:

$$\begin{aligned} \dot{V}_{ESO} &= \sum_{i=1}^5 (\dot{\mathbf{e}}_i^T \mathbf{P} \mathbf{e}_i + \mathbf{e}_i^T \dot{\mathbf{P}} \mathbf{e}_i) \\ &= \sum_{i=1}^5 (\mathbf{A} \mathbf{e}_i + \mathbf{B}_i)^T \mathbf{P} \mathbf{e}_i \\ &\quad + \sum_{i=1}^5 \mathbf{e}_i^T \mathbf{P} (\mathbf{A} \mathbf{e}_i + \mathbf{B}_i) \\ &= \sum_{i=1}^5 (\mathbf{e}_i^T (\mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A}) \mathbf{e}_i + 2 \mathbf{B}_i^T \mathbf{P} \mathbf{e}_i) \end{aligned} \quad (13)$$

Thay (11) vào (13) và sử dụng bất đẳng thức ma trận, có được:

$$\begin{aligned} \dot{V}_{ESO} &= \sum_{i=1}^5 (-\mathbf{e}_i^T \mathbf{Q} \mathbf{e}_i + 2 \mathbf{B}_i^T \mathbf{P} \mathbf{e}_i) \\ &\leq -\lambda_{\min}(\mathbf{Q}) \sum_{i=1}^5 \mathbf{e}_i^T \mathbf{e}_i + 2 \sum_{i=1}^5 \|\mathbf{B}_i\| \|\mathbf{P}\| \|\mathbf{e}_i\| \\ &\leq -\lambda_{\min}(\mathbf{Q}) \sum_{i=1}^5 \mathbf{e}_i^T \mathbf{e}_i + 2v \sum_{i=1}^5 \|\mathbf{e}_i\| \end{aligned} \quad (14)$$

Trong đó, $\|\mathbf{B}_i\| \|\mathbf{P}\| \leq v$ do giả thiết đã nêu và ma trận \mathbf{P} là ma trận hằng số xác định dương, $\lambda_{\min}(\ast)$ là kí hiệu trị riêng nhỏ nhất của ma trận \ast . Mặt khác, từ phương trình (12), có thể đánh giá như sau:

$$\lambda_{\min}(\mathbf{P}) \sum_{i=1}^5 \|\mathbf{e}_i\|^2 \leq V_{ESO} \leq \lambda_{\max}(\mathbf{P}) \sum_{i=1}^5 \|\mathbf{e}_i\|^2 \quad (15)$$

Với $\lambda_{\max}(\ast)$ là trị riêng lớn nhất của ma trận \ast . Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacopxki cho vế sau của phương trình (14) và kết hợp với phương trình (15) thu được:

$$\begin{aligned} \dot{V}_{ESO} &\leq -\lambda_{\min}(\mathbf{Q}) \sum_{i=1}^5 \mathbf{e}_i^T \mathbf{e}_i + 2v \sqrt{5 \left(\sum_{i=1}^5 \|\mathbf{e}_i\|^2 \right)} \\ &\leq -\frac{\lambda_{\min}(\mathbf{Q})}{\lambda_{\max}(\mathbf{P})} V_{ESO} + \frac{2\sqrt{5}v}{\sqrt{\lambda_{\min}(\mathbf{P})}} \sqrt{V_{ESO}} \\ &\leq -\left(\frac{\lambda_{\min}(\mathbf{Q})}{2\lambda_{\max}(\mathbf{P})} \sqrt{V_{ESO}} - \frac{2\sqrt{5}v}{\sqrt{\lambda_{\min}(\mathbf{P})}} \right) \sqrt{V_{ESO}} - \frac{\lambda_{\min}(\mathbf{Q})}{2\lambda_{\max}(\mathbf{P})} V_{ESO} \end{aligned} \quad (16)$$

Nếu $\sqrt{V_{ESO}} > \frac{4\sqrt{5}v\lambda_{\max}(\mathbf{P})}{\lambda_{\min}(\mathbf{Q})\sqrt{\lambda_{\min}(\mathbf{P})}}$, (16) trở thành:

$$\dot{V}_{ESO} \leq -\frac{\lambda_{\min}(\mathbf{Q})}{2\lambda_{\max}(\mathbf{P})} V_{ESO} \quad (17)$$

Như vậy, giảm hàm Lyapunov dẫn đến sự hội tụ của các sai lệch ước lượng đến một miền bị chặn trong thời gian hữu hạn:

$$\sum_{i=1}^5 \|\mathbf{e}_i\|^2 \leq B = 80 \left(\frac{v\lambda_{\max}(\mathbf{P})}{\lambda_{\min}(\mathbf{Q})\lambda_{\min}(\mathbf{P})} \right)^2 \quad (18)$$

Hệ thống có thể bị ảnh hưởng bởi nhiễu khiến sai lệch đẩy ra khỏi vị trí cân bằng; song nếu sai lệch quá lớn, động lực học của hệ thống kéo chúng trở về điểm cân bằng. Hai trạng thái đối lập này cân bằng khi $\sum_{i=1}^5 \|\mathbf{e}_i\|^2 \approx B$, và sau

thời gian hữu hạn, sai lệch nằm trong vùng lân cận của $\sum_{i=1}^5 \|\mathbf{e}_i\|^2 = B$. Để tính toán thời gian hội tụ của bộ quan sát trạng thái mở rộng, đặt $\Theta_1 = \frac{2\sqrt{5}v(1-z)}{z\sqrt{\lambda_{\min}(\mathbf{P})}}$ và $\Theta_2 = \frac{\lambda_{\min}(\mathbf{Q})}{2\lambda_{\max}(\mathbf{P})}$ với $z \in (0, 1)$, có được:

$$\dot{V}_{ESO} \leq -\Theta_1 \sqrt{V_{ESO}} - \Theta_2 V_{ESO} \quad (19)$$

Viết lại phương trình (18) dưới dạng vi phân, thu được:

$$dt \leq -\frac{dV_{ESO}}{\Theta_1 \sqrt{V_{ESO}} + \Theta_2 V_{ESO}} \quad (20)$$

Tích phân hai vế phương trình (20) trong đoạn $[0, t_{ESO}]$:

$$\int_0^{t_{ESO}} dt \leq -\int_{V_{ESO}^{t=0}}^0 \frac{dV_{ESO}}{\Theta_1 \sqrt{V_{ESO}} + \Theta_2 V_{ESO}} \quad (21)$$

Như vậy, thời gian hội tụ của bộ quan sát trạng thái mở rộng được tính toán như sau:

$$t_{ESO} \leq \frac{2}{\Theta_2} \ln \left(\frac{\Theta_1 \sqrt{V_{ESO}^{t=0}} + \Theta_2 V_{ESO}^{t=0}}{\Theta_1} \right) \quad (22)$$

4. Thiết kế bộ điều khiển bền vững

Bộ điều khiển được thiết kế nhằm mục đích đạt được vị trí mong muốn của \mathbf{q}_a và loại bỏ dao động góc \mathbf{q}_u . Giả sử, $\mathbf{q}_{ad} = [x_d \ y_d \ l_d]^T$, $\mathbf{q}_{ud} = \mathbf{0}_{2 \times 1}$ lần lượt là giá trị đặt của \mathbf{q}_a và \mathbf{q}_u . Xét mặt trượt được định nghĩa như sau:

$$\mathbf{s} = \dot{\mathbf{e}}_a + \mathbf{c}_1 \mathbf{e}_a + \mathbf{c}_2 \dot{\mathbf{e}}_u + \mathbf{c}_3 \mathbf{e}_u \quad (23)$$

Trong đó, $\mathbf{e}_a = \mathbf{q}_a - \mathbf{q}_{ad}$ là sai lệch vị trí; $\mathbf{e}_u = \mathbf{q}_u - \mathbf{q}_{ud}$ là sai lệch góc dao động của tải; $\mathbf{s} = [s_1 \ s_2 \ s_3]^T$; $\mathbf{c}_1 = \text{diag}(c_{11}, c_{12}, c_{13})$, $\mathbf{c}_2 = \begin{bmatrix} c_{21} & 0 \\ 0 & c_{22} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, $\mathbf{c}_3 = \begin{bmatrix} c_{31} & 0 \\ 0 & c_{32} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ là các tham số điều khiển. Đạo hàm hai vế phương trình (23) thu được:

$$\dot{\mathbf{s}} = (\ddot{\mathbf{q}}_a - \ddot{\mathbf{q}}_{ad}) + \mathbf{c}_1 (\dot{\mathbf{q}}_a - \dot{\mathbf{q}}_{ad}) + \mathbf{c}_2 (\ddot{\mathbf{q}}_u - \ddot{\mathbf{q}}_{ud}) + \mathbf{c}_3 (\dot{\mathbf{q}}_u - \dot{\mathbf{q}}_{ud}) \quad (24)$$

Tín hiệu điều khiển \mathbf{F}_a được thiết kế gồm hai thành phần. Thứ nhất, tín hiệu điều khiển \mathbf{F}_{a_eq} có nhiệm vụ giữ các biến trạng thái ở trên mặt trượt, là nghiệm của phương trình $\dot{\mathbf{s}} = \mathbf{0}$. Kết hợp (3) với (24) và sử dụng đầu ra của bộ quan sát trạng thái mở rộng, có thể thu được:

$$\mathbf{F}_{a_eq} = -(\bar{\mathbf{M}}_1^{-1} - \mathbf{c}_2 \bar{\mathbf{M}}_2^{-1} \mathbf{M}_{21} \mathbf{M}_{11}^{-1})^{-1} (\hat{\boldsymbol{\xi}}_a + \mathbf{c}_2 \hat{\boldsymbol{\xi}}_u + \mathbf{c}_1 \dot{\hat{\mathbf{q}}}_a + \mathbf{c}_3 \dot{\hat{\mathbf{q}}}_u) \quad (25)$$

Ngoài ra, tín hiệu điều khiển \mathbf{F}_{a_sw} giúp các biến trạng thái tiến về mặt trượt, được đề xuất sử dụng hàm $\text{sgn}(\cdot)$ như sau:

$$\mathbf{F}_{a_sw} = -(\bar{\mathbf{M}}_1^{-1} - \mathbf{c}_2 \bar{\mathbf{M}}_2^{-1} \mathbf{M}_{21} \mathbf{M}_{11}^{-1})^{-1} \mathbf{c}_4 \text{sgn}(\mathbf{s}) \quad (26)$$

Trong đó, $\mathbf{c}_4 = \text{diag}(c_{41}, c_{42}, c_{43})$ là ma trận đường chéo xác định dương. Như vậy, bằng cách kết hợp hai tín hiệu điều khiển thành phần, tín hiệu điều khiển \mathbf{F}_a được tính toán như sau:

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_a &= \mathbf{F}_{a_eq} + \mathbf{F}_{a_sw} \\ &= -(\bar{\mathbf{M}}_1^{-1} - \mathbf{c}_2 \bar{\mathbf{M}}_2^{-1} \mathbf{M}_{21} \mathbf{M}_{11}^{-1})^{-1} \\ &\quad (\hat{\boldsymbol{\xi}}_a + \mathbf{c}_2 \hat{\boldsymbol{\xi}}_u + \mathbf{c}_1 \dot{\hat{\mathbf{q}}}_a + \mathbf{c}_3 \dot{\hat{\mathbf{q}}}_u + \mathbf{c}_4 \text{sgn}(\mathbf{s})) \end{aligned} \quad (27)$$

Bước tiếp theo, tính ổn định của bộ điều khiển được xem xét, chọn hàm Lyapunov như sau:

$$V = \frac{1}{2} \mathbf{s}^T \mathbf{s} \quad (28)$$

Đạo hàm hai vế của (28) và kết hợp với (23), thu được:

$$\dot{V} = \mathbf{s}^T \left(\begin{array}{l} (\ddot{\mathbf{q}}_a - \ddot{\mathbf{q}}_{ad}) + \mathbf{c}_1 (\dot{\mathbf{q}}_a - \dot{\mathbf{q}}_{ad}) \\ + \mathbf{c}_2 (\ddot{\mathbf{q}}_u - \ddot{\mathbf{q}}_{ud}) + \mathbf{c}_3 (\dot{\mathbf{q}}_u - \dot{\mathbf{q}}_{ud}) \end{array} \right) \quad (29)$$

Dựa trên (3), (6) và (27), phương trình (29) được biến đổi thành:

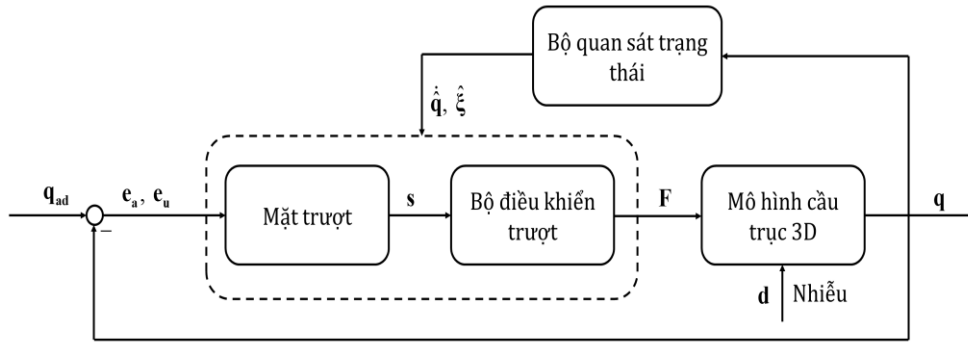
$$\begin{aligned} \dot{V} &= \mathbf{s}^T \left(\begin{array}{l} (\bar{\mathbf{M}}_1^{-1} - \mathbf{c}_2 \bar{\mathbf{M}}_2^{-1} \mathbf{M}_{21} \mathbf{M}_{11}^{-1}) \mathbf{F}_a \\ + \boldsymbol{\xi}_a + \mathbf{c}_2 \boldsymbol{\xi}_u + \mathbf{c}_1 \dot{\mathbf{q}}_a + \mathbf{c}_3 \dot{\mathbf{q}}_u \end{array} \right) \\ &= -\mathbf{s}^T \mathbf{c}_4 \text{sgn}(\mathbf{s}) \\ &\quad -\mathbf{s}^T (\tilde{\boldsymbol{\xi}}_a + \mathbf{c}_2 \tilde{\boldsymbol{\xi}}_u + \mathbf{c}_1 \tilde{\dot{\mathbf{q}}}_a + \mathbf{c}_3 \tilde{\dot{\mathbf{q}}}_u) \end{aligned} \quad (30)$$

Mặt khác, như đã chứng minh ở Phần 3, sau khoảng thời gian ổn định, sai lệch ước lượng hội tụ tại một miền bị chặn, mô tả trong phương trình (18). Do đó, với $\mathbf{c}_1, \mathbf{c}_2, \mathbf{c}_3$ là các ma trận hằng số, luôn tồn tại $\theta > 0$ thoả mãn $\|\tilde{\boldsymbol{\xi}}_a + \mathbf{c}_2 \tilde{\boldsymbol{\xi}}_u + \mathbf{c}_1 \tilde{\dot{\mathbf{q}}}_a + \mathbf{c}_3 \tilde{\dot{\mathbf{q}}}_u\| \leq \theta$.

Khi đó từ (30), có thể đánh giá:

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -\mathbf{s}^T \mathbf{c}_4 \text{sgn}(\mathbf{s}) + \|\mathbf{s}\| \theta \\ &\leq -\|\mathbf{s}\| (\lambda_{\min}(\mathbf{c}_4) - \theta) \end{aligned} \quad (31)$$

Như vậy, bằng cách chọn $\lambda_{\min}(\mathbf{c}_4) > \theta$, hệ thống điều khiển đảm bảo tính ổn định theo Lyapunov. Bằng việc sử dụng mô hình toán học ở phương trình (1), bộ quan sát trạng thái và bộ điều khiển bền vững lần lượt được đề xuất trong phương trình (6) và phương trình (27).



Hình 1. Chiến lược điều khiển phương pháp đề xuất.

Sơ đồ điều khiển của phương pháp đề xuất được thể hiện trong Hình 1, trong đó, vận tốc và ảnh hưởng của nhiễu được ước lượng bởi bộ quan sát trạng thái và đưa vào bộ điều khiển, đầu ra của cổng trục là vị trí được phản hồi để tìm ra sai lệch.

5. Mô phỏng kiểm chứng

Bằng cách sử dụng phần mềm MATLAB/Simulink, các kết quả mô phỏng được trình bày cụ thể trong phần này để kiểm chứng tính hiệu quả của đề xuất. Thông số của mô hình cổng trục 3D được dựa trên nghiên cứu [1], cùng với thông số bộ quan sát trạng thái mở rộng, và bộ điều khiển SMC được liệt kê: $m_t = 5 \text{ kg}$, $m_c = 0.85 \text{ kg}$, $m_b = 7 \text{ kg}$, $m_l = 2 \text{ kg}$, $b_b = 27 \text{ Ns/m}$, $b_t = 18 \text{ Ns/m}$, $b_r = 20 \text{ Ns/m}$, $b_w = 5 \text{ Ns/m}$, $\alpha_1 = \alpha_3 = -6$, $\alpha_2 = -11$, $\mu = 0.1$, $c_{11} = 0.55$, $c_{12} = 0.5$, $c_{13} = 100$, $c_{21} = c_{22} = 0.1$, $c_{31} = c_{32} = -5$, $c_{41} = c_{42} = c_{43} = 50$.

Các thông số của bộ quan sát trạng thái mở rộng và bộ điều khiển được chọn sao cho thỏa mãn điều kiện đã tìm ra ở phương trình (10), (18) và (31). Ngoài ra, trong nghiên cứu này, nhiễu gió \mathbf{d} được xem xét tác động lên mô hình cổng trục, mô tả bởi phương trình sau:

$$\mathbf{d} = 0.5 \rho \mathbf{k}_h \mathbf{c}_w \mathbf{A} \mathbf{v}^2 \quad (32)$$

Trong đó:

$\rho = 1.25 \text{ kg/m}^3$ là mật độ không khí;

$v = 3.5 \text{ m/s}$ là tốc độ gió;

Các ma trận:

$$\mathbf{k}_h = \text{diag}(1.1, 1, 0, 1.07, 1.07);$$

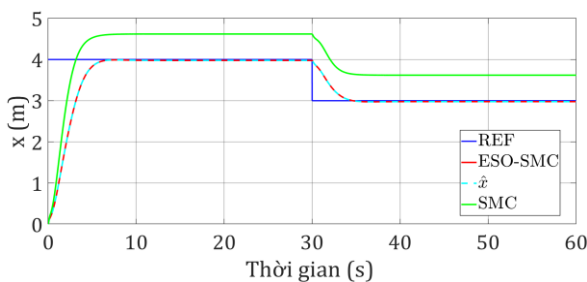
$$\mathbf{c}_w = \text{diag}(1.1, 1, 0, 0.4, 0.6);$$

$$\mathbf{A} = \text{diag}(0.8, 0.2, 0, 0.01, 0.01).$$

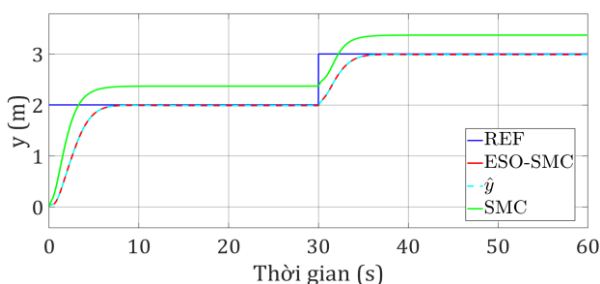
Từ các thông số trên kết hợp với phương trình (1), cổng trục giàn bánh lốp được mô phỏng bằng mô hình toán học dựa trên phần mềm MATLAB/Simulink. Ngoài ra, phương pháp đề xuất (ESO-SMC) được so sánh với bộ điều khiển trượt thông thường (SMC) để kiểm chứng độ hiệu quả. Trong Hình 2, vị trí của cổng trục mong muốn có giá trị bằng 4 m trong 30 giây đầu và giảm xuống 3 m trong 30 giây tiếp theo. Trong khi đó, vị trí mong muốn của xe con có giá trị bằng 2 m tại 30 giây đầu và tăng lên 3 m ở 30 giây sau, thể hiện trong Hình 3. Đối với chiều dài dây cáp, giá trị mong muốn được giữ ở mức 1.5 m trong suốt 60 giây, như trong Hình 4. Nhằm giữ ổn định và giảm rung lắc cho tải, các góc dao động được giữ tại vị trí không trong suốt quá trình vận hành. Như được trình bày trong Phần 3, phương pháp đề xuất không chỉ ước lượng trạng thái còn ước lượng nhiễu, như trong Hình 2 đến Hình 8.

Hình 2 và Hình 3 cho thấy thời gian đáp ứng của bộ điều khiển đề xuất vào khoảng 7 giây, và giữ ổn định sau khoảng 5 giây tại thời điểm chuyển giá trị đặt. Trong khi đó, thời gian đáp ứng của chiều dài dây cáp vào khoảng 4 giây và giữ ổn định trong suốt quá trình, như trong

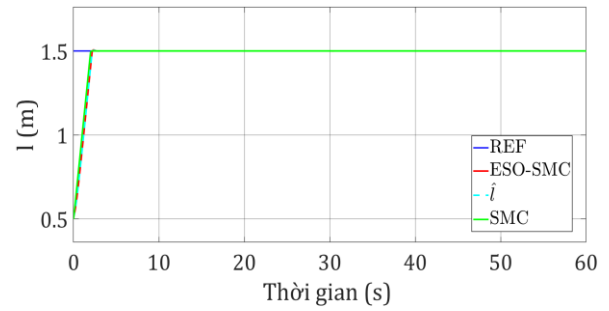
Hình 4. Các góc chỉ xuất hiện dao động, và vị trí của xe, chiều dài dây cáp trong quá trình quá độ, tiến về giá trị đặt, như trong **Hình 5** và **Hình 6**. Về mặt sai lệch tĩnh, bộ điều khiển đề xuất cho thấy khả năng loại bỏ sai lệch tĩnh ngay khi có sự xuất hiện của nhiễu gió trong phương trình (32). Điều này được thực hiện bởi khả năng ước lượng chính xác của bộ quan sát trạng thái mở rộng, thể hiện trong **Hình 7** và **Hình 8**. Trong phần mô phỏng kiểm chứng, bộ điều khiển đề xuất được so sánh với bộ điều khiển trượt thông thường để nhấn mạnh đóng góp trong nghiên cứu này. Dưới tác động của nhiễu ở phương trình (32), bộ điều khiển trượt thông thường không thể giúp các trạng thái của hệ thống không thể đạt được giá trị mong muốn một cách chính xác. Cụ thể, trong **Hình 2**, sai lệch vị trí cổng trục vào khoảng 0.7 m, trong khi sai lệch vị trí xe con rơi vào khoảng 0.4 m như **Hình 3**. Sự dao động và sai lệch tĩnh được quan sát ở hai góc lắc, thể hiện trong **Hình 5** và **Hình 6**. Bằng cách sử dụng bộ quan sát trạng thái mở rộng, phương pháp đề xuất đã loại bỏ được ảnh hưởng của nhiễu. Ngoài ra, thời gian đáp ứng của vị trí cổng trục, vị trí xe con và chiều dài dây tương đối ngắn, sự đảm bảo về dao động góc tải luôn giữ ở mức nhỏ và tiến về không khi ổn định.



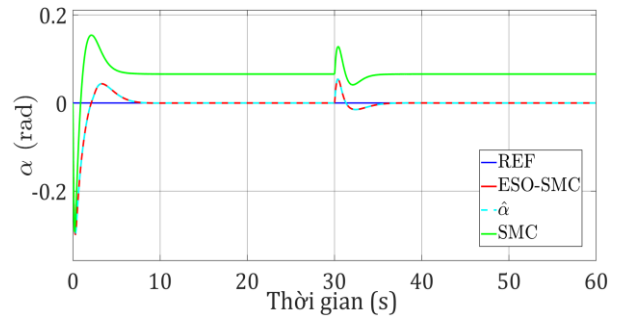
Hình 2. Vị trí cổng trục.



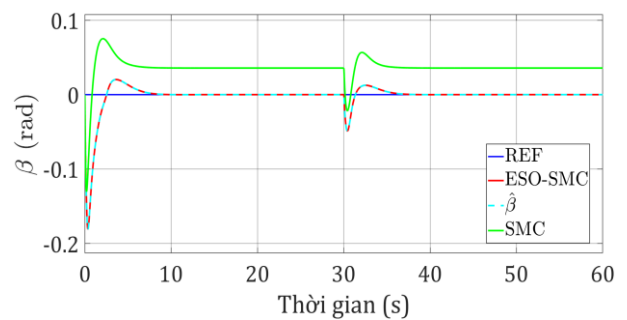
Hình 3. Vị trí xe con.



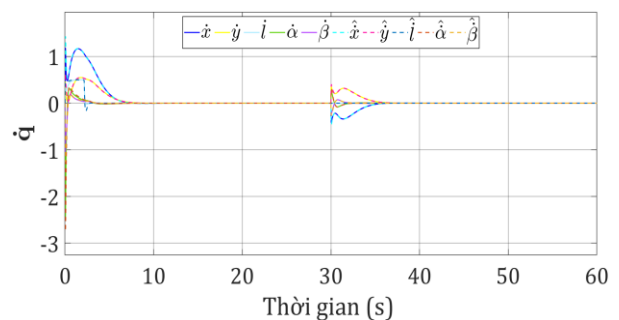
Hình 4. Độ dài dây cáp.



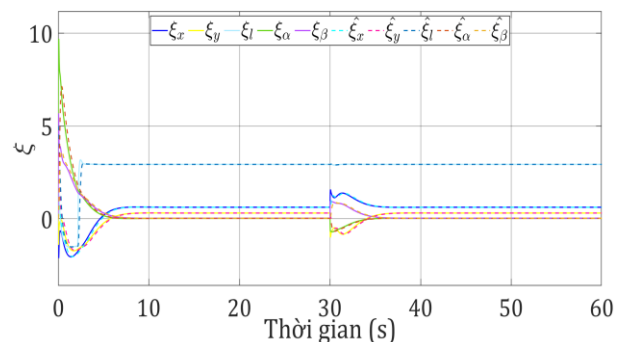
Hình 5. Góc lắc của dây cáp trong mặt phẳng đứng.



Hình 6. Góc lắc của dây cáp trong mặt phẳng nghiêng.



Hình 7. Ước lượng tốc độ.



Hình 8. Ước lượng sự ảnh hưởng của nhiễu.

6. Kết luận

Trong nội dung nghiên cứu này, phương pháp điều khiển bền vững dựa trên bộ quan sát trạng thái mở rộng được phát triển để đảm bảo hiệu suất bám quỹ đạo dưới sự ảnh hưởng của nhiễu gió. Ngoài ra, vấn đề khó khăn trong việc lắp đặt cảm biến đo được giải quyết khi bộ quan sát trạng thái mở rộng có thể ước lượng vận tốc. Tiếp theo, bộ điều khiển trượt tầng được đề xuất kết hợp với bộ quan sát trạng thái mở rộng. Thời gian hội tụ của bộ quan sát được tính toán để phân tích tính ổn định của hệ thống. Các kết quả mô phỏng đã chỉ ra rằng tính hiệu quả của phương pháp đề xuất trong việc xem xét ảnh hưởng của nhiễu và giảm thiểu cảm biến đo. Trong tương lai, các bài kiểm tra thực nghiệm được tiến hành để kiểm chứng phương pháp đề xuất.

Tuyên bố không xung đột lợi ích và cam kết bản quyền

Tác giả tuyên bố về sự không xuất hiện những xung đột tiềm ẩn từ nghiên cứu này, và cam kết bài báo chưa từng được công bố trước đây.

Chia sẻ dữ liệu theo yêu cầu

Dữ liệu sẽ được cung cấp theo yêu cầu.

Lời cảm ơn

Nghiên cứu này được tài trợ bởi Trường Đại học Hàng hải Việt Nam trong đề tài mã số: DT24-25.28.

Van Trieu Pham. Faculty of Marine Engineering, Vietnam Maritime University

*Corresponding author: phamvantrieu@vmaru.edu.vn

Tài liệu tham khảo

[1] H. M. Cuong, H. Q. Dong, P. V. Trieu, and L. A. Tuan "Adaptive fractional-order terminal sliding mode control of rubber-tired gantry cranes with uncertainties and unknown disturbances,"

Mechanical Systems and Signal Processing, vol. 154 2021, Art. no. 107601, doi: [10.1016/j.ymssp.2020.107601](https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2020.107601).

[2] K. Takahashi, M. Abe, and T. Fujino, "Runaway characteristics of gantry cranes for container handling by wind gust," *Mechanical Engineering Journal*, vol. 3, no. 2, 2016, Art. no. 15-00679, doi: [10.1299/mej.15-00679](https://doi.org/10.1299/mej.15-00679).

[3] Z. Wang and B. W. Surgenor, "A problem with the LQ control of overhead cranes," *J. Dyn. Sys., Meas., Control.*, vol. 128, no. 2, pp. 436-440, Jun. 2006, doi: [10.1115/1.2196419](https://doi.org/10.1115/1.2196419).

[4] L. A. Tuan, "Neural observer and adaptive fractional-order backstepping fast-terminal sliding-mode control of RTG cranes," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 68, no. 1, pp. 434-442, Jan. 2021, doi: [10.1109/TIE.2019.2962450](https://doi.org/10.1109/TIE.2019.2962450).

[5] Y.-B. Kim, "A new approach to anti-sway system design problem," *KSME International Journal*, vol. 18, pp. 1306-1311, 2004, doi: [10.1007/BF02984244](https://doi.org/10.1007/BF02984244).

[6] Y. J. Hua and Y. K. Shine, "Adaptive coupling control for overhead crane systems," *Mechatronics* vol. 17, no. 2-3, pp. 143-152, Mar./Apr. 2007, doi: [10.1016/j.mechatronics.2006.08.004](https://doi.org/10.1016/j.mechatronics.2006.08.004).

[7] N. B. Almutairi and M. Zribi, "Sliding mode control of a three-dimensional overhead crane," *Journal of Vibration and Control*, vol. 15, no. 11, pp. 1679-1730, 2009, doi: [10.1177/1077546309105095](https://doi.org/10.1177/1077546309105095).

[8] D. Chwa, "Nonlinear tracking control of 3-D overhead cranes against the initial swing angle and the variation of payload weight," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 17, no. 4, pp. 876-883, 2009, doi: [10.1109/TCST.2008.2011367](https://doi.org/10.1109/TCST.2008.2011367).

[9] A. Giua, C. Seatzu, and G. Usai, "Observer-controller design for cranes via Lyapunov equivalence," *Automatica*, vol. 35, no. 4, pp. 669-678, Apr. 1999, doi: [10.1016/S0005-1098\(98\)00204-0](https://doi.org/10.1016/S0005-1098(98)00204-0).

[10] W. Singhose, L. Porter, M. Kenison, and E. Krikkku "Effects of hoisting on the input shaping control of gantry cranes," *Control Engineering Practice*, vol. 8, no. 10, pp 1159-1165, Oct. 2000, doi: [10.1016/S0967-0661\(00\)00054-X](https://doi.org/10.1016/S0967-0661(00)00054-X).

- [11] W. Singhose, D. Kim, and M. Kenison “Input shaping control of double-pendulum bridge crane oscillations,” *J. Dyn. Sys., Meas., Control.*, vol. 130, no. 3, May 2008, Art. no. 034504, doi: [10.1115/1.2907363](https://doi.org/10.1115/1.2907363).
- [12] H. Osumi, A. Miura, and S. Eiraku “Positioning of wire suspension system using CCD cameras,” in *2005 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Edmonton, AB, Canada, doi: [10.1109/IROS.2005.1544991](https://doi.org/10.1109/IROS.2005.1544991).
- [13] K. AF Moustafa, K. H Harib, and F. Omar “Optimum controller design of an overhead crane: Monte Carlo versus pre-filter-based designs,” *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, vol. 35, no. 2, 2013, doi: [10.1177/0142331212441195](https://doi.org/10.1177/0142331212441195).
- [14] Š. Ileš, J. Matuško, and F. Kolonić “Sequential distributed predictive control of a 3D tower crane,” *Control Engineering Practice*, vol. 79, pp. 22-35, Oct. 2018, doi: [10.1016/j.conengprac.2018.07.001](https://doi.org/10.1016/j.conengprac.2018.07.001).
- [15] V. Sankaranarayanan and A. D. Mahindrakar, “Control of a class of underactuated mechanical systems using sliding modes,” *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 25, no. 2, pp. 459-467, Apr. 2009, doi: [10.1109/TRO.2008.2012338](https://doi.org/10.1109/TRO.2008.2012338).
- [16] L. A. Tuan and S.-G. Lee, “Sliding mode controls of double-pendulum crane systems,” *Journal of Mechanical Science and Technology*, vol. 27, pp. 1863-1873, 2013, doi: [10.1007/s12206-013-0437-8](https://doi.org/10.1007/s12206-013-0437-8).
- [17] L. A. Tuan, H. M. Cuong, and S.-G. Lee, “Second-order sliding mode control of 3D overhead cranes,” in *2013 International Conference on Control, Automation and Information Sciences (ICCAIS)*, Nha Trang, Vietnam, doi: [10.1109/ICCAIS.2013.6720579](https://doi.org/10.1109/ICCAIS.2013.6720579)
- [18] M. Zhang, Y. Zhang, and X. Cheng “An enhanced coupling PD with sliding mode control method for underactuated double-pendulum overhead crane systems,” *International Journal of Control, Automation and Systems*, vol. 17, pp. 1579-1588, 2019, doi: [10.1007/s12555-018-0646-0](https://doi.org/10.1007/s12555-018-0646-0).
- [19] L. A. Tuan, S.-G. Lee, D. H. Ko, and L. C. Nho “Combined control with sliding mode and partial feedback linearization for 3D overhead cranes,” *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, vol. 24, no. 18, pp. 3372-3386, Dec. 2014, doi: [10.1002/rnc.3061](https://doi.org/10.1002/rnc.3061).
- [20] X.Wu, K. Xu, M. Lei, and X. He, “Disturbance-compensation-based continuous sliding mode control for overhead cranes with disturbances,” *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, vol. 17, no. 4, Oct. 2020, doi: [10.1109/TASE.2020.3015870](https://doi.org/10.1109/TASE.2020.3015870).
- [21] X. Wu, K. Xu, and X. He, “Disturbance-observer-based nonlinear control for overhead cranes subject to uncertain disturbances,” *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 139, May 2020, Art. no. 106631, doi: [10.1016/j.ymsp.2020.106631](https://doi.org/10.1016/j.ymsp.2020.106631).