



**Mô hình giải tích xác định sức kháng mất ổn định xoắn ngang của dầm thép có biến dạng ban đầu**  
**Analytical model for the lateral torsional buckling resistance of steel beams with initial deformations**

Nguyễn Xuân Huy<sup>1</sup>, Phạm Văn Phê<sup>1</sup>, Đoàn Tấn Thi<sup>2,\*</sup>

<sup>1</sup>Trường Đại học Giao thông vận tải

<sup>2</sup> Phân hiệu tại Thành phố Hồ Chí Minh, Trường Đại học Giao thông vận tải

*Từ khóa:*

**TÓM TẮT**

Dầm thép  
Mất ổn định xoắn ngang  
Biến dạng ban đầu

Bài báo tập trung nghiên cứu ảnh hưởng của biến dạng ban đầu đến sức kháng mất ổn định xoắn ngang của dầm thép có mặt cắt hình chữ I. Một mô hình giải tích được thiết lập nhằm mô tả ứng xử mất ổn định xoắn ngang của dầm đơn giản có biến dạng ban đầu chịu tải trọng tổng quát. Mô hình này dựa trên nguyên lý cực tiểu của thế năng toàn phần để xây dựng các phương trình vi phân điều chỉnh trạng thái cân bằng của hệ. Kết quả của lời giải hiện tại được xác nhận bằng cách kiểm chứng với kết quả mô phỏng phần tử hữu hạn dựa trên phần mềm ABAQUS cũng như so sánh với các tiêu chuẩn thiết kế hiện hành. Sau đó, một khảo sát tham số được trình bày để nghiên cứu ảnh hưởng của biến dạng ban đầu đến sức kháng mất ổn định xoắn ngang của dầm.

*Keywords:*

Steel beam  
Lateral torsional  
buckling  
Initial deformation

**ABSTRACT**

The paper focuses on the study of the influence of initial deformation on the resistance to lateral torsional buckling of steel beams with I-shaped cross-section. An analytical model is established to describe the lateral torsional buckling behavior of simple beams with initial deformation subjected to general load. This model is based on the principle of minimization of total potential energy to construct differential equations governing the equilibrium state of the system. The results of the present solution are confirmed by verifying with finite element simulation results based on ABAQUS software as well as comparing with current design standards. Then, a parametric investigation is presented to study the influence of initial deformation on the resistance to lateral torsional buckling of the beam.

\* Đoàn Tấn Thi. Phân hiệu tại Thành phố Hồ Chí Minh, Trường Đại học Giao thông vận tải  
Email: [thidt\\_ph@utc.edu.vn](mailto:thidt_ph@utc.edu.vn)

<https://www.doi.org/10.55228/JTST140412>

Ngày nộp bài: 09/04/2025; Ngày nộp bài sửa: 01/07/2025; Ngày chấp nhận đăng: 14/7/2025

Ngày xuất bản trực tuyến: 15/7/2025

pISSN: 1859-4263; eISSN: 3030-4261

## 1. Đặt vấn đề

Hiện tượng mất ổn định xoắn ngang (Lateral Torsional Buckling – LTB) là một trong những dạng mất ổn định nguy hiểm thường gặp trong thiết kế và thi công kết cấu dầm thép, đặc biệt đối với các dầm tiết diện chữ I có bản cánh rộng và không được giằng đầy đủ theo phương ngang. Đối với các dầm lý tưởng thẳng hoàn toàn, ứng xử LTB thường được đặc trưng bởi một điểm phân nhánh rõ ràng, tại đó xảy ra sự chuyển tiếp đột ngột trong cơ chế biến dạng từ uốn thuần túy sang uốn kết hợp xoắn. Phân tích trị riêng có thể được sử dụng để xác định mô men tới hạn, cung cấp giới hạn đàn hồi lý thuyết cho thiết kế. Tuy nhiên, trong thực tiễn sản xuất và thi công, dầm thép thường không còn giữ được hình dạng lý tưởng do ảnh hưởng của sai số chế tạo, vận chuyển và lắp đặt, dẫn đến sự xuất hiện của các biến dạng ban đầu (initial imperfections). Sự tồn tại của biến dạng ban đầu, dù nhỏ, có thể phá vỡ tính đối xứng ban đầu của bài toán ổn định, dẫn đến ứng xử phi tuyến phức tạp, trong đó chuyển vị ngang và xoắn không còn phát triển đột ngột tại một điểm phân nhánh duy nhất, mà thay vào đó tích lũy dần theo sự gia tăng của tải trọng. Điều này không chỉ làm mất đi bản chất trị riêng của bài toán ổn định mà còn làm giảm đáng kể khả năng chịu lực xoắn ngang của dầm, đặc biệt là trong phạm vi làm việc đàn hồi. Mặc dù ảnh hưởng của biến dạng ban đầu đến LTB đã được ghi nhận và phản ánh phần nào trong một số tiêu chuẩn thiết kế như AISC [1] và EC3 [2], thông qua các giới hạn lệch hình học ban đầu hoặc các hệ số hiệu chỉnh kinh nghiệm, tuy nhiên các tiêu chuẩn này vẫn chưa cung cấp một mô hình định lượng rõ ràng cho mối liên hệ giữa hình dạng biến dạng ban đầu và mức suy giảm mô men tới hạn. Về mặt học thuật, một số nghiên cứu gần đây đã sử dụng phương pháp số, đặc biệt là mô phỏng phần tử hữu hạn (FEA), để đánh giá sự ảnh hưởng này (ví dụ: McCann et al. [5], Abebe et al. [6], Couto và Real [7], Bachiri et al. [8], và Bradford và Liu [9]). Các nghiên cứu này chủ yếu tập trung vào đánh giá thông số qua mô phỏng và chưa có hướng tiếp cận giải tích mang tính hệ thống nhằm mô hình hóa ảnh hưởng của các dạng biến dạng ban đầu khác nhau. Trước những khoảng trống nêu trên, bài báo này đề xuất phát triển một mô hình giải tích mới

cho bài toán mất ổn định xoắn ngang của dầm thép có biến dạng ban đầu, với mục tiêu mô tả định lượng ảnh hưởng của các yếu tố hình học ban đầu lên sức kháng mất ổn định của hệ kết cấu. Mô hình được thiết lập dựa trên nguyên lý cực tiểu thế năng toàn phần, từ đó dẫn xuất hệ phương trình vi phân điều chỉnh trạng thái cân bằng của dầm có xét đến ảnh hưởng của các biến dạng ban đầu. Phương pháp biểu diễn biến dạng ban đầu bằng tổ hợp tuyến tính các mode mất ổn định của dầm lý tưởng thẳng hoàn toàn cho phép kết nối rõ ràng giữa dạng hình học khuyết tật và đáp ứng cơ học tương ứng. Mô hình giải tích được kiểm chứng bằng kết quả mô phỏng phần tử hữu hạn sử dụng phần mềm ABAQUS, đồng thời được so sánh với dự đoán từ các tiêu chuẩn thiết kế hiện hành. Ngoài ra, một loạt phân tích tham số cũng được thực hiện để khảo sát ảnh hưởng của chiều dài nhịp, mức độ biến dạng ban đầu, cường độ vật liệu thép và loại tiết diện đến sức kháng mất ổn định xoắn ngang. Các kết quả thu được từ nghiên cứu này kỳ vọng sẽ đóng góp thêm bằng chứng định lượng về mức độ nhạy cảm của dầm thép đối với các biến dạng ban đầu, từ đó cung cấp cơ sở lý thuyết cho việc hiệu chỉnh các tiêu chuẩn thiết kế hiện hành.

## 2. Phát triển mô hình

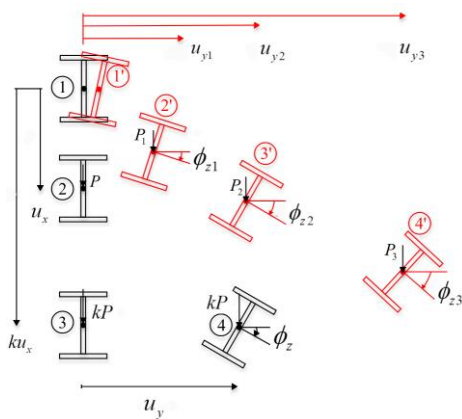
### 2.1. Cơ sở lý thuyết

Xét một dầm thẳng hoàn toàn (Vị trí 1 trên Hình 1). Khi đặt một tải trọng  $P$  như hình vẽ, dầm thẳng hoàn toàn chuyển vị theo phương thẳng đứng một đoạn là  $u_x$  (dầm đi từ Vị trí 1 đến Vị trí 2). Sau đó, tải trọng tác dụng được giả định tăng theo hệ số  $k$  và đạt giá trị  $kP$  khi bắt đầu mất ổn định (Vị trí 3), trong đó chuyển vị đứng trước khi mất ổn định được giả định tăng đến  $ku_x$ .

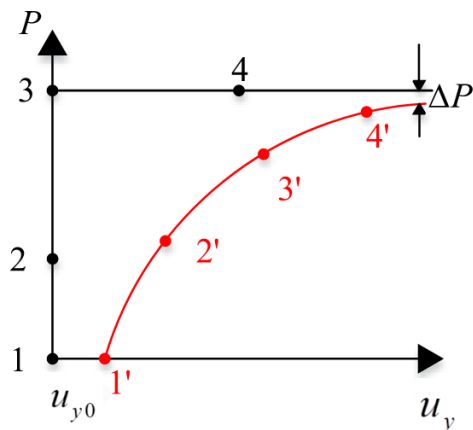
Ở Vị trí 3, mặt cắt có xu hướng chuyển sang Vị trí 4 bằng cách chuyển vị theo phương ngang một đoạn là  $u_y$  và góc xoắn  $\phi_z$  (Vị trí 4). Mối quan hệ giữa tải trọng và chuyển vị ngang tương ứng ( $P-u_y$ ) được mô tả trên Hình 1(b), trong đó không có chuyển vị ngang xảy ra giữa Vị trí 1 và 3, nhưng phát sinh chuyển vị ngang đột ngột giữa Vị trí 3 và 4. Tải trọng mất ổn định  $kP$  thu được thông qua phân tích bài toán trị riêng.

Ngược lại, đối với dầm có biến dạng ban đầu  $(u_{y0}, \phi_{z0})$  ở trạng thái không biến dạng (Vị trí 1') bằng cách tác dụng tải trọng  $P$  tăng dần, mặt cắt chịu chuyển vị ngang  $u_y$  tăng dần và góc xoắn  $\phi_z$  như được mô tả bởi đường tải trọng phi tuyến (1' - 2' - 3' - 4') được mô tả trên Hình 1(b) và khi đó, tải trọng mất ổn định phi tuyến sẽ tiệm cận tải trọng mất ổn định  $kP$  từ bài toán trị riêng. Vì vậy, điều đáng quan tâm là theo dõi đường biến dạng tải trọng phi tuyến (1' - 2' - 3' - 4'). Tại một giá trị chuyển vị ngang nhất định (hoặc một giá trị ứng suất nhất định), độ chênh lệch  $\Delta P$  giữa tải trọng mất ổn định dựa trên dầm thẳng hoàn toàn và tải trọng mất ổn định đối với dầm có biến dạng ban đầu là thước đo tổn thất do mất ổn định xoắn ngang, mất sức kháng của cấu kiện do tác động của biến dạng ban đầu.

a)



b)



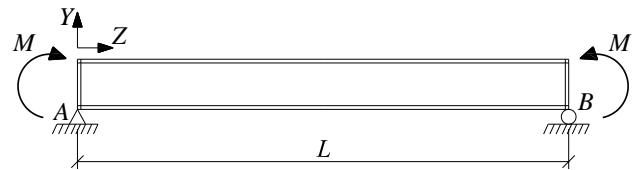
**Hình 1.** Các giai đoạn mất ổn định và biểu đồ đường tải trọng phi tuyến. (a) Các giai đoạn mất ổn định, (b) Biểu đồ đường tải trọng phi tuyến.

## 2.2. Các bước xây dựng mô hình

Xét một dầm đơn giản nhịp  $L$  có chuyển vị ngang ban đầu  $u_{y0}(z)$  và góc xoắn  $\phi_{z0}(z)$  chịu mô men uốn đều  $M(z) = M$  như Hình 2. Ở đây, cần mô tả chuyển vị ngang và góc xoắn theo mô men uốn tác dụng  $M$ , với  $M$  là mô men uốn quanh trục khõe. Chuyển vị ngang và góc xoắn ban đầu của dầm có biến dạng ban đầu được biểu thị dưới dạng tổng tuyến tính của  $n$  hình dạng mất ổn định cho một dầm thẳng hoàn toàn (dầm không có biến dạng ban đầu), tức là

$$[u_{y0}(z) \quad \phi_{z0}(z)]^T = \sum_{m=1}^n \varphi_m [u_{ym}(z) \quad \phi_{zm}(z)]^T \quad (1)$$

Trong đó:  $u_{ym}(z), \phi_{zm}(z)$  là hình dạng mất ổn định cho các chế độ  $m=1, 2, \dots, n$  và  $\varphi_m$  là hệ số tỷ lệ cho chế độ  $m$ .



**Hình 2.** Sơ đồ tính dầm trong nghiên cứu hiện tại.

Ở mức tải trọng  $kP_x(z)$ , thế năng toàn phần của hệ:

$$\pi = U + V \quad (2)$$

Trong đó:  $U$  là năng lượng biến dạng bên trong được tích lũy trong suốt quá trình biến dạng của cấu kiện đi từ hình dạng cong ban đầu đến hình dạng biến dạng cuối cùng,  $V$  là năng lượng tích lũy của tải trọng tác dụng.

Năng lượng biến dạng bên trong được xác định theo công thức:

$$U = \frac{1}{2} \int_0^L EI_x (ku_x'')^2 dz + \frac{1}{2} \int_0^L EI_y u_y''^2 dz + \frac{1}{2} \int_0^L GJ \phi_z'^2 dz + \frac{1}{2} \int_0^L EC_w \phi_z''^2 dz \quad (3)$$

Với:  $E$  là mô đun đàn hồi;  $G$  là mô đun cắt;  $I_x = \int_A y^2 dA$ ,  $I_y = \int_A x^2 dA$  lần lượt là mô men quán tính của tiết diện lấy đối với trục  $x$  và  $y$ ;  $J = \sum (bt^3/3)$  là hằng số xoắn Saint-Venant;

$C_w = I_x (d - t)^2 / 4$  là hằng số cong vênh;  $u_x$ ,  $u_y$  và  $\phi_z$  lần lượt là chuyển vị đứng, chuyển vị ngang và góc xoắn của dầm được mô tả trên Hình 1.

Năng lượng tích lũy của tải trọng được xác định theo công thức:

$$V = V_1 + V_2 \quad (4)$$

Với:  $V_1$  là năng lượng tích lũy do tải trọng đứng  $kP_x$  gây ra chuyển vị đứng  $ku_x$ :

$$V_1 = -\int_0^L (kP_x)(ku_x) dz \quad (5)$$

$V_2$  là năng lượng tích lũy do mô men uốn quanh trục yếu trong cấu hình bị biến dạng chịu chuyển vị ngang. Khi mặt cắt ngang dầm chịu xoắn từ góc xoắn ban đầu  $\phi_{z0}$  trong Vị trí 1 sang góc xoắn  $(\phi_z + \phi_{z0})$  trong Vị trí 2, phát sinh mô men uốn quay quanh trục yếu của tiết diện  $kM_{x'}$ . (là hình chiếu của mô men uốn  $kM$  lên trục  $x'$ ) như Hình 3. Khi đó, giá trị  $kM_{x'}$  được xác định theo công thức:  $kM_{x'} = -kM \sin(\phi_z + \phi_{z0})$ , nếu góc xoắn  $(\phi_z + \phi_{z0})$  nhỏ thì  $kM_{x'} \approx -kM(\phi_z + \phi_{z0})$ .

Tổng chuyển vị ngang của dầm sẽ là:  $(u_y + u_{y0})$  và độ cong tương ứng của dầm:

$$-(u_y + u_{y0})'' / \left[ 1 + (u_y + u_{y0})'^2 \right]^{3/2} \quad (6)$$

Nếu chuyển vị ngang  $(u_y + u_{y0})$  nhỏ thì khi đó, giá trị độ cong tương ứng sẽ là:  $-(u_y + u_{y0})''$ .

Năng lượng tích lũy do mô men uốn quanh trục yếu trong cấu hình bị biến dạng chịu chuyển vị ngang xác định theo công thức sau:

$$V_2 = \int_0^L kM(z)(u_y + u_{y0})'' (\phi_z + \phi_{z0}) dz \quad (7)$$

Năng lượng tích lũy của tải trọng tác dụng:

$$\begin{aligned} V &= V_1 + V_2 = \\ &= \int_0^L kM(z)(u_y + u_{y0})'' (\phi_z + \phi_{z0}) dz - \\ & - \int_0^L (kP_x)(ku_x) dz \end{aligned} \quad (8)$$

Áp dụng định lý về thế năng toàn phần dừng, ta có:

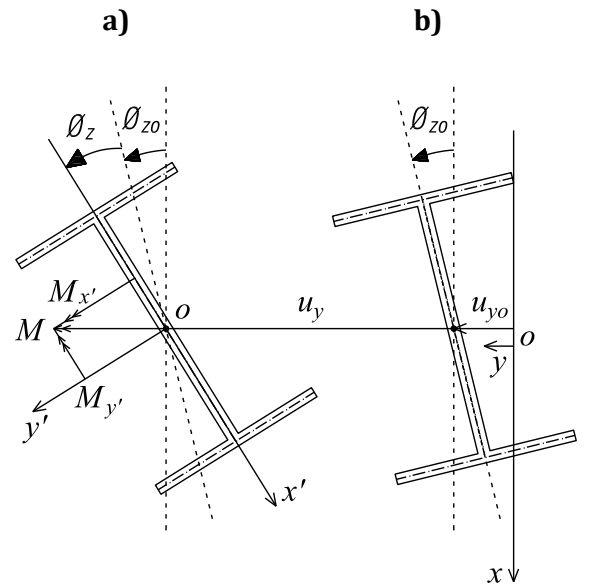
$$\delta\pi = \delta(U + V) = 0 \quad (9)$$

Từ đó, xác định các phương trình vi phân điều chỉnh trạng thái cân bằng của hệ:

$$EI_x u_x'''' + P = 0 \quad (10)$$

$$EI_y u_y'''' + k[M(z)(\phi_z + \phi_{z0})]'' = 0 \quad (11)$$

$$EC_w \phi_z'''' + kM(z)(u_y + u_{y0})'' - GJ \phi_z'' = 0 \quad (12)$$



**Hình 3.** Minh họa biến dạng của dầm. (a) Khi gia tăng tải trọng tác dụng, (b) Khi chưa có tải trọng tác dụng.

Đối với trường hợp dầm thẳng hoàn toàn thì trong các phương trình vi phân (11) và (12), giá trị  $u_{y0}(z) = \phi_{z0}(z) = 0$ . Khi đó, các phương trình vi phân (11) và (12) trở thành:

$$EI_y u_y'''' + kM \phi_z'' = 0 \quad (13)$$

$$EC_w \phi_z'''' + kMu_y'' - GJ \phi_z'' = 0 \quad (14)$$

Và các điều kiện biên tương ứng là:

$$u_y(0) = u_y''(0) = \phi_z(0) = \phi_z''(0) = 0 \quad (15)$$

$$u_y(L) = u_y''(L) = \phi_z(L) = \phi_z''(L) = 0 \quad (16)$$

Giải hệ phương trình thuần nhất trên thu được các mô men tới hạn  $M_{crm}$ , các chuyển vị ngang  $u_{ym}(z)$  và góc xoắn  $\phi_{zm}(z)$  là:

$$\begin{aligned} M_{crm} &= k_m M = \\ &= \frac{m\pi}{L} \sqrt{EI_y GJ + \left(\frac{m\pi E}{L}\right)^2 C_w I_y} \end{aligned} \quad (17)$$

$$u_{ym}(z) = \varphi_m \sin \frac{m\pi z}{L}; \quad m=1, 2, \dots, n \quad (18)$$

$$\phi_{zm}(z) = \varphi_m \left( \frac{\pi^2 EI_y}{M_{crm} L^2} \right) \sin \frac{m\pi z}{L} \quad (19)$$

Sử dụng chuỗi Fourier, biến dạng ban đầu của dầm có thể được biểu thị dưới dạng tổng tuyến tính của các hình dạng mất ổn định của dầm thẳng hoàn toàn (dầm không có biến dạng ban đầu), tức là:

$$\begin{bmatrix} u_{y0}(z) \\ \phi_{z0}(z) \end{bmatrix} = \sum_{m=1}^n \varphi_m \begin{bmatrix} \left( \sin \frac{m\pi z}{L} \right) \\ \left( \frac{\pi^2 EI_y}{M_{crm} L^2} \right) \left( \sin \frac{m\pi z}{L} \right) \end{bmatrix} \quad (20)$$

Từ các phương trình vi phân (11) và (12), bằng cách đặt  $M(z) = M$  và thay thế các giá trị  $u_{y0}(z)$ ,  $\phi_{z0}(z)$  từ phương trình (20), ta thu được các chuyển vị ngang  $u_y(z)$  và góc xoắn  $\phi_z(z)$  bổ sung:

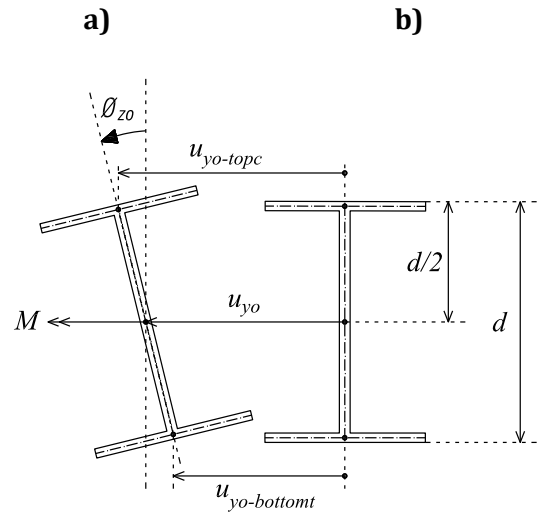
$$\begin{aligned} u_y(z) &= \frac{M}{EI_y} \times \\ &\times \sum_{m=1}^n \varphi_m \left[ \frac{EI_y M + \left(\frac{\pi^2 EI_y}{M_{crm} L^2}\right) EI_y EC_w \left(\frac{m\pi}{L}\right)^2}{EC_w EI_y \left(\frac{m\pi}{L}\right)^4 + EI_y GJ \left(\frac{m\pi}{L}\right)^2 - M^2} + \right. \\ &\left. + \frac{\left(\frac{\pi^2 EI_y}{M_{crm} L^2}\right) EI_y GJ}{EC_w EI_y \left(\frac{m\pi}{L}\right)^4 + EI_y GJ \left(\frac{m\pi}{L}\right)^2 - M^2} \right] \times \\ &\times \sin \left( \frac{m\pi z}{L} \right) \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \phi_z(z) &= \sum_{m=1}^n \varphi_m \frac{\frac{M^2}{EI_y} \left( \frac{\pi^2 EI_y}{M_{crm} L^2} \right) + M \left( \frac{m\pi}{L} \right)^2}{EC_w \left( \frac{m\pi}{L} \right)^4 + GJ \left( \frac{m\pi}{L} \right)^2 - \frac{M^2}{EI_y}} \times \\ &\times \sin \left( \frac{m\pi z}{L} \right) \end{aligned} \quad (22)$$

Xem xét trường hợp đặc biệt, trong đó các biến dạng ban đầu xảy ra theo dạng mất ổn định thứ nhất. Khi đó, giá trị chuyển vị ngang  $u_{y0-topc}(L/2)$  ban đầu tại trọng tâm bản cánh chịu nén nằm ở cao độ  $d/2$  xem Hình 4, thu được:

$$\begin{aligned} u_{y0-topc}(L/2) &= u_{y0}(L/2) + (d/2)\phi_{z0}(L/2) = \\ &= \varphi_1 \left[ 1 + \left( \frac{d}{2} \right) \frac{\pi^2 EI_y}{M_{cr} L^2} \right] \end{aligned} \quad (23)$$

Trong đó: Chỉ số "topc" biểu thị bản cánh trên chịu nén, chỉ số "y0" biểu thị biến dạng ban đầu,  $d$  là chiều cao tiết diện dầm.



**Hình 4.** Minh họa dầm có biến dạng ban đầu và dầm hoàn hảo. (a) Dầm có biến dạng ban đầu, (b) Dầm hoàn hảo.

Giá trị chuyển vị ngang bổ sung tương ứng  $u_{y-topc}(L/2)$  cũng được xác định:

$$\begin{aligned} u_{y-topc}(L/2) &= u_y(L/2) + (d/2)\phi_z(L/2) = \\ &= \varphi_1 \frac{M}{M_{cr} - M} \left[ 1 + \left( \frac{d}{2} \right) \frac{\pi^2 EI_y}{M_{cr} L^2} \right] \\ &= \frac{1}{M_{cr}/M - 1} u_{y0-topc}(L/2) \end{aligned} \quad (24)$$

Khi đó, tổng chuyển vị ngang  $\sum u_{y-topc}(L/2)$  của bản cánh chịu nén tại tiết diện giữa nhịp sẽ bao gồm chuyển vị ngang ban đầu  $u_{y0-topc}(L/2)$  và chuyển vị ngang bổ sung  $u_{y-topc}(L/2)$  là:

$$\begin{aligned} \sum u_{y-topc}(L/2) &= u_{y0-topc}(L/2) + u_{y-topc}(L/2) = \\ &= u_{y0-topc}(L/2) \left[ \frac{1}{(1-M/M_{cr})} \right] \end{aligned} \quad (25)$$

Giải phương trình (25), ta được:

$$\frac{M}{M_{cr}} = 1 - \left[ \frac{u_{y0-topc}(L/2)}{\sum u_{y-topc}(L/2)} \right] \quad (26)$$

Đặt:  $u_{y0-topc}(L/2) = L/\alpha_i$ ; với  $\alpha_i$  là hệ số biến dạng ban đầu, theo tiêu chuẩn CSA/CAN S16-14 [3] có thể lấy  $\alpha_i = 1000, 1500, \dots$

Khi đó, phương trình (26), ta có:

$$\frac{M}{M_{cr}} = 1 - \left[ \frac{L}{\alpha_i \sum u_{y-topc}(L/2)} \right] \quad (27)$$

Đối với dầm cánh rộng chịu uốn và cong vênh hai trục, giá trị ứng suất pháp  $\sigma(x, y, z, \omega)$  tại điểm có tọa độ  $(x, y, \omega)$  của tiết diện  $z$  được cho bởi:

$$\sigma(x, y, z, \omega) = \frac{M_x(z)}{I_x} y + \frac{M_y(z)}{I_y} x + \frac{B(z)}{C_w} \omega \quad (28)$$

Ứng suất lớn nhất  $\sigma_{max}(z)$  xuất hiện tại các điểm góc của mặt cắt nơi tọa độ điểm có giá trị lớn nhất, tức là  $(x, y, \omega) = (d/2, b/2, bd/4)$ , với  $\omega$  là tọa độ cong vênh - tức là độ dịch chuyển tương đối do biến dạng cong vênh của từng điểm trên mặt cắt so với mặt cắt phẳng ban đầu. Ngoài ra, ta có:  $S_x = I_x/y_{max}$ ,  $S_y = I_y/x_{max}$ ,  $S_w = C_w/\omega_{max}$ , với  $S_x$ ,  $S_y$  và  $S_w$  lần lượt là mô đun kháng uốn của tiết diện quanh trục  $x$ ,  $y$  và cong vênh do xoắn;  $M_x(z) = -EI_x u''_y(z)$ ;  $B(z) = -EC_w \phi''_z$ , với  $B(z)$  là mô men nội lực xuất hiện do sự biến dạng cong vênh của mặt cắt khi bị xoắn ngang, không đều dọc theo chiều dài dầm. Khi đó:

$$\sigma_{max}(z) = \frac{EI_x |u''_y(z)|}{S_x} + \frac{M(z)}{S_y} + \frac{EC_w |\phi''_z(z)|}{S_w} \quad (29)$$

Từ các phương trình (21) và (22), bằng cách lấy vi phân  $u_y(z)$ ,  $\phi_z(z)$  và thay vào (29) ta thu được:

$$\begin{aligned} \sigma_{max}(z) &= \frac{M}{S_y} + \frac{M}{M_{cr} - M} \times \\ &\times E \varphi_1 \left( \frac{\pi}{L} \right)^2 \left[ \frac{b}{2} + \frac{bd}{4} \left( \frac{\pi^2 EI_x}{M_{cr} L^2} \right) \right] \sin \left( \frac{\pi z}{L} \right) \end{aligned} \quad (30)$$

Ứng suất pháp lớn nhất xảy ra ở giữa nhịp dầm, trong đó  $z = L/2$  và thay vào phương trình (23):

$$\sigma_{max}(L/2) = \frac{M}{S_y} + \left( \frac{M}{M_{cr} - M} \right) \frac{\pi^2 E b}{2 \alpha_i L} \quad (31)$$

Trong nghiên cứu này, ứng suất lớn nhất được đặt thành một phần ngưỡng xác định  $\mu$  của giới hạn chảy, tức là  $\sigma = \mu F_y$ . Thông thường, tiêu chuẩn thiết kế giả định ứng suất dư vào khoảng  $(0,3F_y \div 0,33F_y)$ . Do đó, phải thỏa mãn điều kiện  $\sigma_{max} < 0,7F_y$  hoặc  $\sigma_{max} < 0,67F_y$  để vật liệu duy trì làm việc trong phạm vi đàn hồi và các giá trị điển hình cho hệ số ngưỡng ứng suất (sau đây gọi là hệ số ứng suất chảy) là  $\mu = (0,67; 0,7)$ . Bằng cách đồng nhất (31) với  $\mu F_y$ , thu được:

$$\begin{aligned} M^2 - \left( M_{cr} + \frac{\pi^2 E b S_y}{2 \alpha_i L} + \mu F_y S_y \right) M + \\ + \mu F_y S_y M_{cr} = 0 \end{aligned} \quad (32)$$

Giải phương trình (32) với ẩn số là sức kháng mô men  $M$ , thu được:

$$\begin{aligned} M = \frac{1}{2} \left( M_{cr} + \frac{\pi^2 E b S_y}{2 \alpha_i L} + \mu F_y S_y \right) \pm \\ \pm \frac{1}{2} \sqrt{\left( M_{cr} + \frac{\pi^2 E b S_y}{2 \alpha_i L} + \mu F_y S_y \right)^2 - 4 \mu F_y S_y M_{cr}} \end{aligned} \quad (33)$$

Chia cả hai vế phương trình (33) cho  $M_{cr}$  sẽ thu được tỷ số sức kháng mô men  $M_{\alpha_i, \mu} / M_{cr}$  có thể đạt được dựa trên giá trị ngưỡng ứng suất  $\mu F_y$  sau:

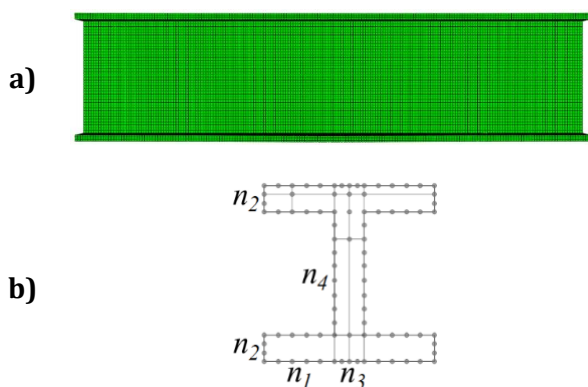
$$\frac{M_{\alpha_i, \mu}}{M_{cr}} = \frac{1}{2} \left[ 1 + \frac{\pi^2}{2\alpha_i} \left( \frac{Eb}{F_y L} \right) \left( \frac{M_y}{M_{cr}} \right) + \mu \frac{M_y}{M_{cr}} \right] \pm \frac{1}{2} \sqrt{\left[ 1 + \frac{\pi^2}{2\alpha_i} \left( \frac{Eb}{F_y L} \right) \left( \frac{M_y}{M_{cr}} \right) + \mu \frac{M_y}{M_{cr}} \right]^2 - 4\mu \frac{M_y}{M_{cr}}} \quad (34)$$

Với:  $M_{cr}$  là mô men tới hạn xác định từ bài toán trị riêng:

$$M_{cr} = \pi / L \sqrt{EI_x GJ + (\pi E/L)^2 C_w I_x} \quad (35)$$

### 2.3. Kiểm chứng mô hình

Phần mềm phân tích PTHH ABAQUS được chọn cho các giải pháp số tiến hành trong nghiên cứu này. Để mô tả chính xác ứng xử của mô hình trong các bài toán phân tích ổn định đàn hồi và ổn định phi tuyến, các mô hình ABAQUS phát triển trong nghiên cứu này được dựa trên các phần tử khối ba chiều C3D8R trong ABAQUS. Phần tử khối này có 8 nút và mỗi nút có 3 chuyển vị thẳng theo 3 phương độc lập. Một phần tử có tổng cộng 24 bậc tự do và có một điểm tích phân ở trọng tâm của phần tử. Lưới PTHH tạo bởi các phần tử khối C3D8R thông qua 5 số lượng phần tử độc lập  $n_1$  tới  $n_5$ , trong đó  $n_1, n_2, n_3, n_4$  được thể hiện trên Hình 5 và  $n_5$  là số phần tử chia đều dọc theo chiều dài dầm. Trong nghiên cứu hiện tại, một lưới hợp lý cho kết quả hội tụ được tìm thấy là  $n_1 = 20$ ,  $n_2 = n_3 = 4$ ,  $n_4 = 40$  và  $n_5 = 300$  phần tử.



**Hình 5.** Lưới phần tử hữu hạn và năm thông số độc lập của số phần tử kiểm soát lưới phần tử của dầm. (a) Lưới phần tử hữu hạn của dầm, (b) năm thông số độc lập của số phần tử kiểm soát lưới phần tử của dầm.

Các phân tích PTHH được thực hiện trong phần mềm ABAQUS để cung cấp các sức kháng mô men ổn định tổng thể đàn hồi và sức kháng mô men phi

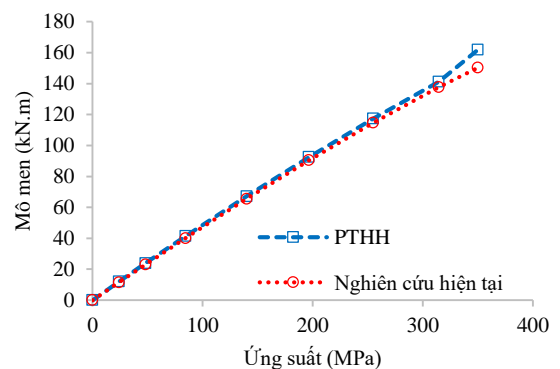
tuyến của dầm thép có xét tới ảnh hưởng của biến dạng ban đầu.

FEA-Type 1: Phân tích mất ổn định đàn hồi để có được hình dạng cong vênh ban đầu thông qua việc điều chỉnh dạng mất ổn định xoắn ngang thứ nhất được dựa trên dòng lệnh với từ khóa \*Buckle trong mức \*STEP.

FEA-Type 2: Phân tích dẻo phi tuyến tính để có được biến dạng mất ổn định xoắn ngang không đàn hồi và sức kháng mô men của kết cấu dầm dưới tác động của biến dạng ban đầu (lấy kết quả từ FEA-Type 1), phân tích được dựa trên phương pháp RIKs thông qua dòng lệnh \*STATIC, RIKs có xét đến các ảnh hưởng phi tuyến hình học bằng cách đặt lệnh \*STEP, NLGEOM=YES. Sau khi hoàn tất phân tích, dữ liệu về tải trọng tác dụng và chuyển vị ngang có thể được trích xuất. Do đó, có thể suy ra mối quan hệ giữa sức kháng mô men và chuyển vị ngang.

Trong nghiên cứu hiện tại, biến dạng ban đầu được xem xét là biến dạng cong vênh tổng thể trực cấu kiện được thực hiện theo cách sử dụng dạng mất ổn định xoắn ngang, trong đó chuyển vị ngang ban đầu lớn nhất là  $L/1000 = 3000/1000 = 3(mm)$  ở giữa nhịp, và được tích hợp bằng câu lệnh trong mô hình ABAQUS:

\*IMPERFECTION, FILE=A3mBareElasticbuckling, STEP=1,3

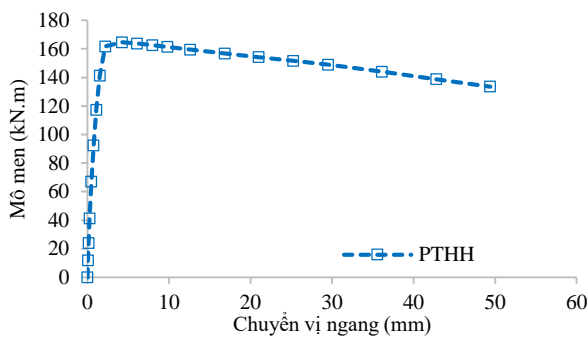


**Hình 6.** Mối quan hệ giữa sức kháng mô men phi tuyến và ứng suất pháp dựa trên kết quả nghiên cứu hiện tại theo phương trình (33) với kết quả tính toán theo phương pháp PTHH.

So sánh dự đoán mối quan hệ giữa sức kháng mô men phi tuyến và ứng suất pháp của lời giải từ mô hình PTHH với dự đoán của nghiên cứu hiện tại được cung cấp trong Hình 6. Lời giải của nghiên

cứu hiện tại được xem là đánh giá thấp giá trị sức kháng mô men phi tuyến so với dự đoán của mô hình PTHH. Ta thấy rằng, khi giá trị ứng suất pháp tăng lên thì sự khác biệt giữa sức kháng mô men phi tuyến từ lời giải hiện tại và mô hình PTHH được nhận thấy là tăng lên.

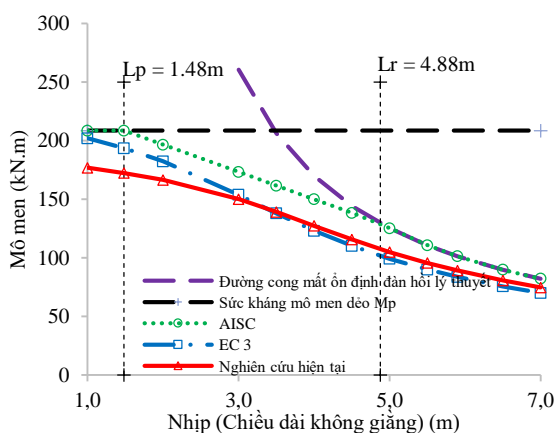
Đối với giá trị ứng suất pháp lớn nhất được chỉ định bằng giá trị giới hạn chảy của thép  $\sigma = \mu F_y = 350(MPa)$ , nghiên cứu hiện tại dự đoán rằng dầm có tiết diện  $W250 \times 45$  cho giá trị sức kháng mô men phi tuyến lớn nhất là  $M = 150,2(kNm)$  được xác định từ phương trình (33). Trong khi đó, lời giải từ mô hình PTHH cho đỉnh giá trị sức kháng mô men phi tuyến là  $M = 164,7(kNm)$ , chênh lệch khoảng 8,8% (Hình 8).



Hình 7. Mối quan hệ giữa sức kháng mô men phi tuyến và chuyển vị ngang dựa trên kết quả tính toán theo phương pháp PTHH.

### 3. Phân tích kết quả

#### 3.1. So sánh với các tiêu chuẩn thiết kế

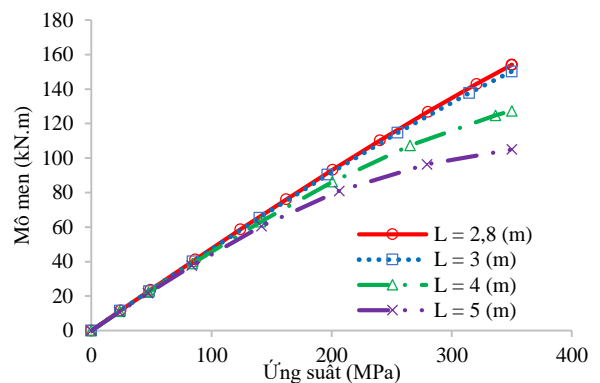


Hình 8. So sánh kết quả tính toán sức kháng mô men phi tuyến dựa trên nghiên cứu hiện tại với các kết quả tính toán theo các tiêu chuẩn thiết kế hiện hành.

Để so sánh đánh giá kết quả của lời giải giải tích, lời giải sức kháng mô men ổn định phi tuyến dựa trên 2 tiêu chuẩn khác nhau được thực hiện. Các tiêu chuẩn này bao gồm tiêu chuẩn Hoa Kỳ AISC [1] và tiêu chuẩn châu Âu EC 3 [2]. Các tính toán được thực hiện với các nhịp  $L = (2,8; 3; 4; 5)m$ . Các kết quả tính toán được thể hiện trong Hình 8. Dựa trên các quan sát trên Hình 8, có thể rút ra các nhận xét sau: a) Các lời giải dựa trên các tiêu chuẩn khác nhau cho các kết quả rất khác nhau. Nếu lấy tiêu chuẩn AISC [1] làm giá trị tham chiếu và xét nhịp  $L = 4(m)$ , sức kháng mô men ổn định phi tuyến dựa trên tiêu chuẩn AISC [1] là  $M_n = 150(kNm)$ . Giá trị này dựa trên tiêu chuẩn EC 3 [2] là  $M_n = 123,2(kNm)$ , thấp hơn giá trị tham chiếu là 17,9%. Trong khi đó, giá trị sức kháng mô men phi tuyến dựa trên nghiên cứu hiện tại là  $M_n = 127,3(kNm)$ , thấp hơn giá trị tham chiếu là 15,1%; b) Lời giải dựa trên nghiên cứu hiện tại phù hợp với tiêu chuẩn EC 3 [2] vì có xem xét đến ảnh hưởng của biến dạng ban đầu đến sức kháng mô men phi tuyến, trong khi đó tiêu chuẩn AISC [1] chưa xem xét đến điều này.

#### 3.2. Khảo sát tham số

##### 3.2.1. Chiều dài nhịp dầm

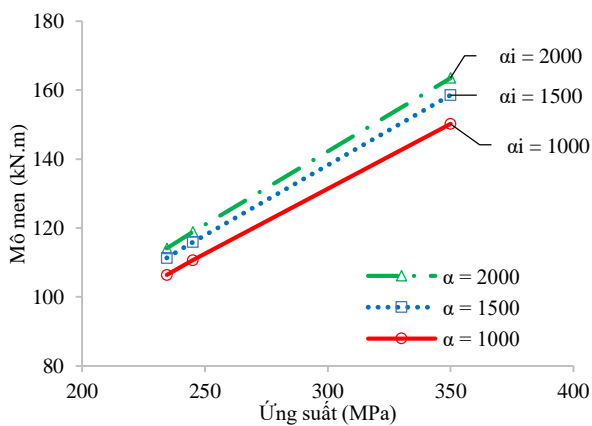


Hình 9. Mối quan hệ giữa sức kháng mô men phi tuyến và ứng suất pháp dựa trên kết quả nghiên cứu hiện tại đối với tiết diện  $W250 \times 45$  có nhịp từ 2,8 (m) đến 5 (m).

Mối quan hệ giữa sức kháng mô men phi tuyến và ứng suất pháp được mô tả trong Hình 9 cho tất cả các nhịp được kiểm tra. Quan sát trên Hình 9 cho thấy rằng, đối với biến dạng ban đầu là  $u_{y0-topc} = L/1000$  trong mọi trường hợp, giá trị sức kháng mô men phi tuyến giảm dần khi tăng chiều

dài nhịp dầm. Nếu lấy trường hợp nhịp dầm  $L=2,8(m)$  làm giá trị tham chiếu, sức kháng mô men phi tuyến là  $M_n = 154,1(kNm)$ . Giá trị này dựa trên nhịp dầm  $L=3(m)$  là  $M_n = 150,2(kNm)$ , thấp hơn giá trị tham chiếu là 2,5%. Trong khi đó, giá trị sức kháng mô men phi tuyến cho nhịp dầm  $L=4(m)$  là  $M_n = 127,3(kNm)$ , thấp hơn giá trị tham chiếu là 17,4%. Còn giá trị sức kháng mô men phi tuyến cho nhịp dầm  $L=5(m)$  là  $M_n = 105(kNm)$ , thấp hơn giá trị tham chiếu là 31,8%.

### 3.2.2. Mức độ biến dạng ban đầu và cường độ vật liệu thép



**Hình 10.** Mối quan hệ giữa sức kháng mô men phi tuyến và ứng suất pháp dựa trên kết quả nghiên cứu hiện tại đối với tiết diện  $W250 \times 45$  có hệ số biến dạng ban đầu  $\gamma_i$  thay đổi từ 1000 đến 2000.

Mối quan hệ giữa sức kháng mô men phi tuyến và ứng suất pháp được mô tả trong Hình 10 cho

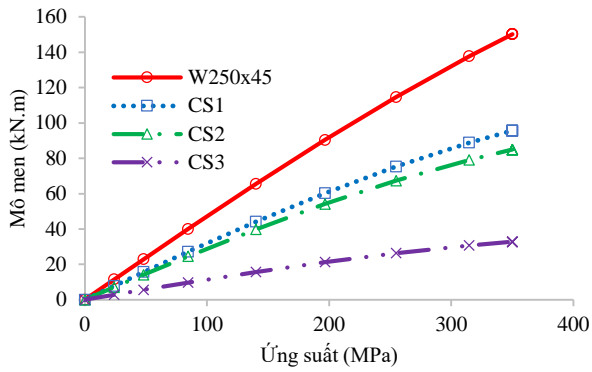
trường hợp dầm có tiết diện  $W250 \times 45$ , nhịp dầm  $L=3(m)$ . Quan sát cho thấy rằng, đối với hệ số biến dạng ban đầu  $\alpha_i$  lớn tương ứng với biến dạng ban đầu  $u_{y0-topc} = L/\alpha_i$  nhỏ và hệ số ứng suất chảy  $\mu$  cũng lớn, thì giá trị sức kháng mô men phi tuyến sẽ tăng lên. Ví dụ, đối với hệ số ứng suất chảy  $\mu = 1$  (hay  $\sigma = F_y = 350MPa$ ), giá trị sức kháng mô men phi tuyến là  $M_n = 150,2(kNm)$  khi  $\alpha_i = 1000$  và tăng lên  $M_n = 163,5(kNm)$  khi  $\alpha_i = 2000$ . Nếu hệ số biến dạng ban đầu  $\alpha_i$  không đổi, thì giá trị sức kháng mô men phi tuyến được tìm thấy sẽ tăng theo hệ số ứng suất chảy  $\mu$ . Ví dụ, khi hệ số biến dạng ban đầu  $\alpha_i = 1000$ , giá trị sức kháng mô men phi tuyến là  $M_n = 106,3(kNm)$  tại  $\mu = 0,67$  (hay  $\sigma = 234,5MPa$ ) và tăng lên  $M_n = 150,2(kNm)$  tại  $\mu = 1$  (hay  $\sigma = 350MPa$ ).

### 3.2.3. Kích thước mặt cắt ngang

Bốn dầm được đỡ đơn giản với các loại mặt cắt khác nhau sẽ được kiểm tra. Dầm có tiết diện  $W250 \times 45$  được lấy làm trường hợp tham chiếu (Trường hợp 1 trong Bảng 1). Sau đó, chiều dày của bản bụng và bản cánh ở lớp 1 được giảm xuống để trở thành tiết diện thuộc lớp 2, 3 và 4. Các đặc trưng hình học của 4 loại mặt cắt khác nhau  $W250 \times 45$ , CS1, CS2 và CS3 dựa trên phân loại đặc chắc, không đặc chắc và mảnh theo tiêu chuẩn AISC [1] hoặc các lớp 1, 2, 3, 4 theo tiêu chuẩn EC 3 [2] được đưa ra trong Bảng 1.

**Bảng 1.** Đặc trưng hình học cho bốn loại tiết diện dầm.

Tên tiết diện	Phân loại tiết diện		h (mm)	$t_w$ (mm)	b (mm)	$t_f$ (mm)
	AISC [1]	EC 3 [2]				
W250x45	Bản bụng, bản cánh đặc chắc	Lớp 1	266	7,6	148	13
CS1	Bản bụng đặc chắc, bản cánh không đặc chắc	Lớp 2	266	7,6	148	8
CS2	Bản bụng đặc chắc, bản cánh không đặc chắc	Lớp 3	266	7,6	148	7
CS3	Bản bụng, bản cánh mảnh	Lớp 4	266	1,8	148	3



**Hình 11.** Mối quan hệ giữa sức kháng mô men phi tuyến và ứng suất pháp dựa trên kết quả nghiên cứu hiện tại đối với 4 loại tiết diện dầm theo Bảng 1.

Mối quan hệ giữa sức kháng mô men phi tuyến và ứng suất pháp được mô tả trong Hình 11 cho 4 loại tiết diện dầm, với nhịp dầm  $L = 3(m)$ . Quan sát cho thấy rằng, đối với tiết diện dầm thuộc lớp 1 sẽ có giá trị sức kháng mô men phi tuyến lớn nhất, và giá trị này giảm khá nhanh cho các tiết diện thuộc lớp 2, 3 và 4. Nếu lấy dầm có tiết diện W250x45 làm giá trị tham chiếu, sức kháng mô men phi tuyến lớn nhất là  $M_n = 150,2(kNm)$ . Giá trị này dựa trên dầm CS1 là  $M_n = 95,6(kNm)$ , thấp hơn giá trị tham chiếu là 36,3%. Trong khi đó, giá trị sức kháng mô men phi tuyến cho dầm CS2 là  $M_n = 84,9(kNm)$ , thấp hơn giá trị tham chiếu là 43,5%. Còn giá trị sức kháng mô men phi tuyến cho dầm CS3 là  $M_n = 32,8(kNm)$ , thấp hơn giá trị tham chiếu là 78,2%.

#### 4. Kết luận

Lời giải hiện tại được phát triển để mô tả hiện tượng mất ổn định xoắn ngang cho dầm thép có biến dạng ban đầu. Độ tin cậy của lời giải được kiểm chứng bằng cách so sánh với kết quả mô phỏng PTHH cũng như các của các tiêu chuẩn thiết kế kết cấu thép hiện hành. Hai tiêu chí thiết kế đã được đề xuất dựa trên các giá trị ngưỡng của tổng chuyển vị ngang và ứng suất pháp lớn nhất. Trên cơ sở đó, một nghiên cứu tham số để khảo sát ảnh hưởng của biến dạng ban đầu đến sức kháng mô men phi tuyến đã được thực hiện bao gồm: chiều dài nhịp, mức độ biến dạng ban đầu, cường độ vật liệu thép và kích thước mặt cắt ngang của dầm đã được kiểm tra. Dựa trên các điều tra thực hiện trong nghiên cứu này, một số kết luận được tóm tắt như sau:

i. Lời giải dựa trên nghiên cứu hiện tại phù hợp và sát nhất với tiêu chuẩn EC 3 [2] và nó khác khác với tiêu chuẩn AISC [1]. Tuy nhiên, lời giải nghiên cứu hiện tại là thận trọng và thiên về an toàn hơn (thấp hơn) so với tiêu chuẩn AISC [1].

ii. Đối với một giá trị biến dạng ban đầu  $u_{y0-topc} = L/\alpha_i$  nhất định, giá trị sức kháng mô men phi tuyến giảm dần khi chiều dài nhịp dầm tăng lên.

iii. Đối với hệ số biến dạng ban đầu  $\alpha_i$  lớn tương ứng với giá trị biến dạng ban đầu  $u_{y0-topc} = L/\alpha_i$  nhỏ và hệ số ứng suất chảy  $\mu$  cũng lớn, thì giá trị sức kháng mô men phi tuyến sẽ tăng lên. Trong khi đó, nếu hệ số biến dạng ban đầu  $\alpha_i$  không đổi, thì giá trị sức kháng mô men phi tuyến được tìm thấy sẽ tăng theo hệ số ứng suất chảy  $\mu$ .

iv. Đối với một giá trị biến dạng ban đầu  $u_{y0-topc} = L/\alpha_i$  nhất định, giá trị sức kháng mô men phi tuyến giảm dần khi kích thước mặt cắt ngang tương ứng thuộc phân loại đặc chắc, không đặc chắc và mảnh theo tiêu chuẩn AISC [1] hoặc các lớp 1, 2, 3, 4 theo tiêu chuẩn EC 3 [2]. Đối với mặt cắt thuộc lớp 2, 3 và 4 thì giá trị sức kháng mô men phi tuyến giảm khá nhanh so với mặt cắt thuộc lớp 1, đặc biệt là trường hợp mặt cắt thuộc lớp 4, giá trị sức kháng mô men phi tuyến giảm hơn 70% so với giá trị sức kháng mô men phi tuyến của mặt cắt thuộc lớp 1. Điều này có thể giải thích như sau: đối với mặt cắt thuộc lớp 4 (mặt cắt mảnh) thì dạng phá hoại cục bộ (mất ổn định cục bộ bản cánh nén) quyết định đến sức kháng mô men phi tuyến.

#### Đóng góp của các tác giả trong bài báo

**Nguyễn Xuân Huy:** Phương pháp, Quản lý dữ liệu, Phân tích chính thức, Điều tra, Xác thực, Trực quan hóa, Phản hồi ý kiến phản biện. **Phạm Văn Phê:** Phương pháp, Giám sát, Ra soát và chỉnh sửa bản thảo, Phản hồi ý kiến phản biện. **Đoàn Tấn Thi:** Biên soạn dữ liệu, Phân tích dữ liệu, Điều tra, Viết – bản thảo gốc, Phản hồi ý kiến phản biện.

#### Tuyên bố không xung đột lợi ích và cam kết bản quyền

Các tác giả tuyên bố về sự không xuất hiện những xung đột tiềm ẩn từ nghiên cứu này, và cam kết bài báo chưa từng được công bố trước đây.

### Chia sẻ dữ liệu theo yêu cầu

Dữ liệu sẽ được cung cấp theo yêu cầu.

### Lời cảm ơn

Nghiên cứu này được tài trợ bởi Trường Đại học Giao thông vận tải trong khuôn khổ đề tài mã số T2025-XD-001.

---

1<sup>st</sup> Nguyễn Xuân Huy. *Trường Đại học Giao thông vận tải*

2<sup>nd</sup> Phạm Văn Phê. *Trường Đại học Giao thông vận tải*

3<sup>rd</sup> Đoàn Tấn Thi\*. *Phân hiệu tại Thành phố Hồ Chí Minh, Trường Đại học Giao thông vận tải*

\*Corresponding author: thidt\_ph@utc.edu.vn

---

### Tài liệu tham khảo

- [1] American Institute of Steel Construction (AISC), *Specification for Structural Steel Buildings*, Chicago, IL, 2016.
- [2] European Committee for Standardization, *Eurocode 3: Design of Steel Structures – Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings*, EN 1993-1-1, Brussels, 2005.
- [3] Canadian Standards Association, *CSA S16-14: Limit States Design of Steel Structures*, Mississauga, Ontario, 2014.
- [4] M. Li, *Effect of the Initial Out-of-Straightness on the Lateral Torsional Buckling Strength of Steel Beams*, Master's thesis, Dept. of Civil Engineering, University of Ottawa, Ottawa, Canada, 2017.
- [5] F. McCann, M. A. Wadee, and L. Gardner, "Lateral stability of imperfect discretely braced steel beams," *Journal of Engineering Mechanics*, vol. 139, no. 10, pp. 1341–1349, 2013, DOI: 10.1061/(ASCE)EM.1943-7889.0000586.
- [6] D. Y. Abebe, J. Choi, and J. U. Park, "Study on inelastic buckling and residual strength of H-section steel column member," *International Journal of Steel Structures*, vol. 15, pp. 365–374, 2015, DOI: 10.1007/s13296-015-6008-3.
- [7] C. Couto and P. Vila Real, "Numerical investigation on the influence of imperfections in the lateral-torsional buckling of beams with slender I-shaped welded sections," *Thin-Walled Structures*, vol. 145, p. 106429, 2019, DOI: 10.1016/j.tws.2019.106429.
- [8] A. Bachiri, A. Boussouar, A. Kabouche, and M. F. Suleiman, "Numerical study on lateral torsional buckling of high steel welded I-section beam," *Proceedings of the First Arab Conference on Mechanical Engineering (ARCME' 2017)*, Biskra, Algeria, December 3–4, 2017.
- [9] M. A. Bradford and X. Liu, "Flexural-torsional buckling of high-strength steel beams," *Journal of Constructional Steel Research*, vol. 124, pp. 122–131, 2016, DOI: 10.1016/j.jcsr.2016.05.009.